

### Работа на уроке. Подготовка к ЕГЭ, задание 19.

1. Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 2 и делится на 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

#### Решение.

Если число делится на 24, то оно также делится на 3 и на 8.

**Число делится на 8 тогда и только тогда, когда три его последние цифры образуют число, которое делится на 8.** Перебрав трёхзначные числа из 1 и 2, получим, что только 112 делится на 8. Это число образует последние три цифры искомого числа.

**Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.** Последние три цифры 112 дают к сумме 4. Рассмотрим первые три цифры. Их сумма может быть от 3 до 6. Условием задачи удовлетворяет сумма цифр, равная 5. Троек с данной суммой цифр три: 122, 212, 221.

**ОТВЕТ:** Таким образом, подходят числа: **122112, 212112, 221112.**

2. Найдите трёхзначное число  $A$ , обладающее всеми следующими свойствами:

- 1) сумма цифр числа  $A$  делится на 6;
- 2) сумма цифр числа  $A + 3$  делится на 6;
- 3) число  $A$  больше 350 и меньше 400.

#### Решение.

Легко проверить, что если последняя цифра числа меньше 7, то сумма цифр числа  $A + 3$  будет на 3 больше, чем сумма цифр числа  $A$ . В этом случае, поскольку по условию сумма цифр числа делится  $A$  делится на 6, сумма цифр числа  $A + 3$  не будет делить на 6.

Следовательно, последняя цифра числа должна быть больше или равна 7. Рассмотрим числа в интервале от 350 до 400, последняя цифра которых больше или равна 7.

Проверим число 357. Сумма цифр не делится на 6.

Проверим число 358. Сумма цифр не делится на 6.

Проверим число 359. Сумма цифр не делится на 6.

Проверим число 367. Сумма цифр не делится на 6.

Проверим число 368. Сумма цифр не делится на 6.

Проверим число 369. Сумма цифр делится на 6.  $369+3=372$ . Сумма цифр 372 делится на 6. **Ответ:** 369.

3. Найдите четырёхзначное число, кратное 15, произведение цифр которого больше 0, но меньше 25. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

#### Решение.

Кратно 15 это значит число делится на 3 и на 5.

Последняя цифра не может быть нулем, так как произведение не равно нулю, поэтому последняя цифра 5. Далее подбираем.

$1+1+1+5$ , произведение меньше 25, но сумма не делится на 3.

$1+2+1+5$ , произведение меньше 25, сумма делится на 3.

**Ответ:** 1215

4. Найдите трёхзначное натуральное число, которое при делении и на 4, и на 15 даёт равные ненулевые остатки и средняя цифра в записи которого является средним арифметическим крайних цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

#### Решение.

Искомое число при делении на 4 и 15 даёт равные ненулевые остатки. Это значит, что остаток находится в диапазоне от 1 до 3 (так как наименьший делитель равен 4 и остаток не равен 0). Поскольку при делении на 4 и 15 остатки одинаковы, значит при делении числа на произведение этих чисел остаток будет такой же – 1, 2, 3, т.е.  **$4 \cdot 15 = 60$ .**

Найдем трехзначные числа которые делятся на 60.

Умножаем 60 на 1:  $60 \cdot 1 = 60$  – двухзначное число, не подойдет.

Умножаем 60 на 2:  $60 \cdot 2 = 120$  и делаем проверку

$$121: (1 + 2) / 2 \neq 1$$

$$122: (1 + 2) / 2 \neq 2$$

$$123: (1 + 2) / 2 \neq 3$$

Умножаем 60 на 3:  $60 \cdot 3 = 180$  и делаем проверку

$$181: (1 + 8) / 2 \neq 1$$

$$182: (1 + 8) / 2 \neq 2$$

$$183: (1 + 8) / 2 \neq 3$$

Умножаем 60 на 4:  $60 \cdot 4 = 240$  и делаем проверку

$$241: (2 + 4) / 2 \neq 1$$

$$242: (2 + 4) / 2 \neq 2$$

$$243: (2 + 4) / 2 = 3.$$

**Ответ:** 243.

5 Найдите четырёхзначное натуральное число, кратное 11, сумма цифр которого на 1 меньше их произведения. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

#### Решение.

Выбираем 2 числа, которые отличаются на единицу, например: 8 и 9.

Подбором находим  $1+1+3+3 = 8$ ;  $1 \times 1 \times 3 \times 3 = 9$ . Составляем с учетом условия, что число делится на 11, это может быть 1133.

**Ответ: 1133.**

6. На шести карточках написаны цифры 2, 3, 5, 6, 7, 7 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении

$$\begin{array}{c} \text{■} + \text{■} + \text{■} \\ \text{■} + \text{■} + \text{■} \end{array}$$

вместо каждого квадрата положили карточку из данного набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10, но не делится на 20. В ответе укажите какую-нибудь одну такую сумму.

**Решение.**

Чтобы сумма делилась на 10 она должна заканчиваться на 0. Чтобы сумма не делилась на 20, вторая цифра с конца не должна быть четной. Чтобы в конце суммы получить 0, можно выбрать следующие цифры: 2, 3, 5 и 6, 7, 7. Рассмотрим каждую из двух комбинаций.

Случай 1: комбинация 2, 3, 5.

$$2 + \begin{array}{c} \text{■} \\ \text{■} \end{array} 3 + \begin{array}{c} \text{■} \\ \text{■} \end{array} 5$$

Среди оставшихся цифр 6, 7, 7 — две нечетные и одна четная. Чтобы получить вторую цифру нечетную, нужно взять две чётных цифры или две нечётных цифры (к четной сумме будет добавляться 1 от суммы цифр в 1 разряде). Тогда получаем:  $2 + 73 + 675 = 750$ . Заметим, что последовательность последних цифр в числах никак не влияет на результат.

Случай 2: комбинация 6, 7, 7.

$$6 + \begin{array}{c} \text{■} \\ \text{■} \end{array} 7 + \begin{array}{c} \text{■} \\ \text{■} \end{array} 7$$

Среди оставшихся цифр 2, 3, 5 — две нечетные и одна четная. Чтобы получить вторую цифру нечетную, нужно взять одну четную (2) и одну нечетную цифр (3 или 5) во втором разряде (к нечетной сумме будет добавляться 2 от суммы цифр в 1 разряде). Тогда получаем:  $6 + 27 + 537 = 570$  и  $6 + 27 + 357 = 390$ .

**Ответ: 390, 570 или 750.**

### Тренировочные упражнения

1. Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 2 и 0 и делится на 30. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.
2. Приведите пример трёхзначного натурального числа, которое при делении на 3, на 5 и на 7 даёт в остатке 2 и в записи которого есть только две различные цифры. В ответе укажите ровно одно такое число.
3. Вычеркните в числе 48725459 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 15. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

4. Вычеркните в числе 32365427 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

5. Найдите трёхзначное число А, обладающее всеми следующими свойствами:

- сумма цифр числа А делится на 5;
- сумма цифр числа А+4 делится на 5;
- число А больше 350 и меньше 400.

В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

6. Найдите четырёхзначное число А, обладающее всеми следующими свойствами:

- сумма цифр числа А делится на 8;
- сумма цифр числа А+2 делится на 8;
- число А больше 1500 и меньше 1700.

В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

7. Найдите четырёхзначное число, кратное 15, произведение цифр которого больше 55, но меньше 65. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

8. Найдите четырёхзначное число, кратное 24, произведение цифр которого равно 16. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

9. Найдите четырёхзначное число, кратное 55, все цифры которого различны и нечётны. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

10. Найдите четырёхзначное число, кратное 45, все цифры которого различны и чётны. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

11. Найдите трёхзначное число, кратное 25, все цифры которого различны, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

12. Найдите трёхзначное натуральное число, большее 650, но меньше 800, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

13. Найдите пятизначное число, кратное 18, любые две соседние цифры которого отличаются на 2. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.