

УРОК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ.

Автор разработки Мурысина Т.М., учитель математики ГБОУ школы №181 СПб

Образовательная программа: базовая программа по математике среднего общего образования.

Тема урока: «Движения пространства». 11 класс

Тип урока: урок повторения и общения знаний, введение новых понятий по аналогии, проблемное обучение.

Цели: 1) В направлении личностного развития. *Формирование эстетического восприятия математических фактов, развитие умения чувствовать красоту и гармонию окружающего нас мира, развитие способности к умственному эксперименту, расширению кругозора. Воспитание качеств личности, обеспечивающих культуру речи, социальную мобильность, умения проявлять настойчивость в достижении поставленной цели.*

2) В метапредметном направлении. *Формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер деятельности человека.*

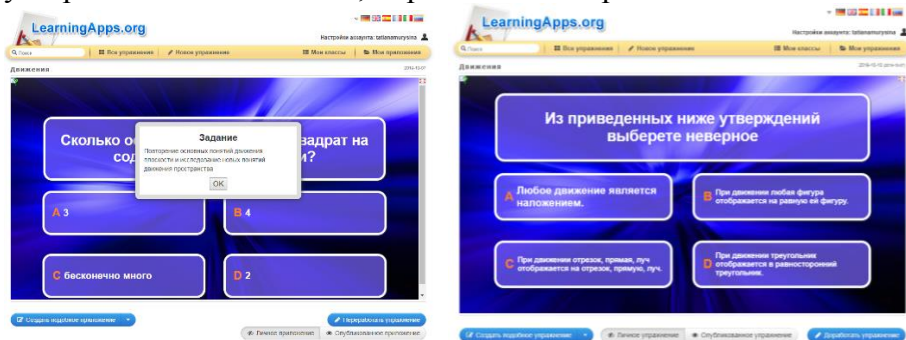
3) В предметном направлении. *Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для мотивированного продолжения обучения курсу стереометрии. Развитие умения сравнивать и анализировать, строить аналогии, обобщать, выделять главное.*

Задачи: 1) В направлении личностного развития. *Воспитывать у учащихся интерес к геометрии и познанию, стремление к целенаправленному преодолению трудностей на пути познания. Формировать положительный мотив обучения. Способствовать формированию коммуникативной компетентности учащихся, умения организовать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, развивать интерес к творческой, исследовательской работе.*

2) В метапредметном направлении. *Сформировать представления учащихся о геометрии, как о неотъемлемой части реальной жизни, научить понимать гармонию окружающего мира, способствовать осознанию разнообразия применения математики в различных предметных областях.*

3) В предметном направлении. *Подвести учащихся к самостоятельному определению понятия движения пространства и его видов, научить проводить доказательные рассуждения по аналогии и с использованием метода координат, познакомить с видами симметрии в окружающем мире.*

Предварительная подготовка: домашнее задание в форме игры «Кто хочет стать миллионером», загружены в телефоны учеников. Задание в игровой форме позволяет повторить уже известные из курса планиметрии понятия, относящиеся к теме: «Движения плоскости», вспомнить основные виды движения плоскости и определения, а также подготовить учащихся к восприятию нового материала по вопросам формулирования утверждений по аналогии, определения координат точки и т.д.



ХОД УРОКА С ОПИСАНИЕМ ЗАДАНИЙ

Раздаточные материалы:

- оценочные листы с тестовыми заданиями: первой и второй частей, а также опроса для проведения рефлексии Приложение 1;

- опорный конспект *Приложение 2*;

Техническое оснащение: компьютер, интерактивная доска, презентация к уроку.

План урока.

1. Мобилизующее начало урока, проверка домашнего задания в игровой форме (игра «Кто хочет стать миллионером»). – **6 минут.**
2. Постановка целей и задач урока Тест. Часть 1 (повторение изученного ранее, актуализация опорных знаний). – **7 минут.**
3. Определение центральной симметрии в пространстве, доказательство, что центральная симметрия в пространстве является движением, решение типовой задачи. – **8 минут.**
4. Определение осевой симметрии в пространстве, доказательство, что осевая симметрия – вид движения пространства, решение типовой задачи. – **8 минут.**
5. Постановка проблемы. Определение зеркальной симметрии, доказательство того, что зеркальная симметрия – вид движения пространства. – **8 минут.**
6. Подведение итогов урока. Тест. Часть 2 (первичное применение полученных знаний). Рефлексия. Оценка деятельности учеников преподавателем, оценка урока детьми. – **8 минут.**

Краткое описание основных этапов урока.

1. Мобилизующее начало урока, проверка домашнего задания в игровой форме (игра «Кто хочет стать миллионером»). – **6 минут.**



2. Постановка целей и задач урока Тест. Часть 1 (повторение изученного ранее, актуализация опорных знаний). – **7 минут.**

Учитель. В окружающем нас мире все движется, изменяется, растет, исчезает и сегодня на уроке мы будем говорить о геометрических преобразованиях в пространстве. Что такое геометрическое преобразование плоскости? (Движение или перемещение). Вспомним определение. (Движение плоскости — это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния между точками). Какие виды движения плоскости вы знаете? (Центральная и осевая симметрии, параллельный перенос, поворот). Сформулируйте по аналогии

определение движения пространства. *Учащиеся формулируют определение движения пространства.*

Уточняющие вопросы:

1. Как вы понимаете фразу «отображение пространства на себя».
2. Как вы понимаете фразу «сохраняющее расстояния между точками».

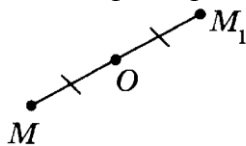
Учитель. Как вы уже догадались, сегодня на уроке мы будем говорить о движении пространства, и в ходе нашего урока ответим на вопрос могут ли виды движения плоскости быть и в пространстве, существуют ли в пространстве другие виды движения, которых нет на плоскости и т.д.

Ученики самостоятельно (или с помощью учителя) формулируют тему урока: «Движения пространства».

Актуализация знаний. Ученики выполняют тестовое задание (оценочные листы часть 1). *Работа в парах, устная проверка тестовых заданий, обсуждение вопросов, возникших в процессе выполнения заданий.*

3. Определение центральной симметрии в пространстве, доказательство, что центральная симметрия является движением пространства, решение типовой задачи. – **8 минут.**

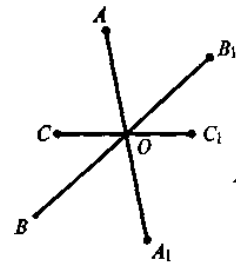
Вопросы учителя. Что мы видим на этом рисунке? Какие свойства с точки зрения геометрии можно зафиксировать?



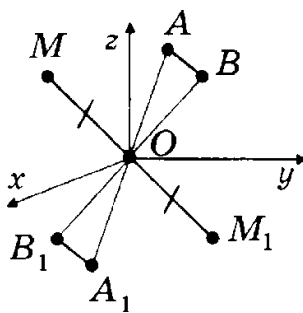
$$O \in MM_1, MO = OM_1$$

Посмотрим на другой рисунок. Как вы думаете, должны ли эти точки обязательно лежать в одной плоскости или нет?

Все сказанное позволяет сделать **вывод** о том, что **центральная симметрия — геометрическое преобразование пространства.** (Демонстрация объемных фигур симметричных относительно точки, презентация к уроку). *Ученики самостоятельно (или с помощью учителя) формулируют определение центральной симметрии в пространстве.*



Учитель. Докажем, что центральная симметрия действительно является движением пространства. Для доказательства воспользуемся «Методом координат» (Доказательство проводится по готовому чертежу в опорном конспекте).



На уроке рассматривается случай, когда точка М не совпадает с центром симметрии, случай совпадения точки М с центром симметрии можно обсудить устно или отнести к самостоятельному обоснованию в домашнем задании.

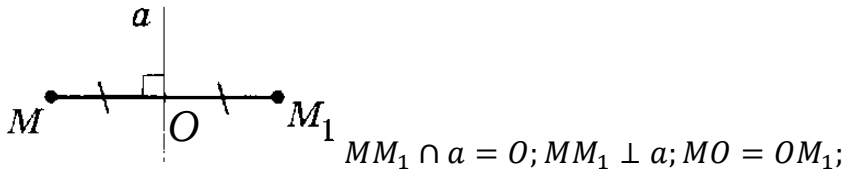
Делается вывод: Центральная симметрия в пространстве имеет место быть и является движением пространства. Наличие центра симметрии у геометрических фигур помогает изучать их свойства. Назовите центрально-симметричные фигуры на плоскости и в пространстве (окружность, сфера, куб, прямоугольный параллелепипед и т.д.)

Решение типовой задачи (ученики решают задачу самостоятельно в опорных конспектах, проверка по эталону на доске). При центральной симметрии точка $A(2; -5; 3)$ отображается на точку $A_1(-4; 1; 7)$. Определите, на какую точку при симметрии с тем же центром отображается точка $B(0; 1; -1)$.

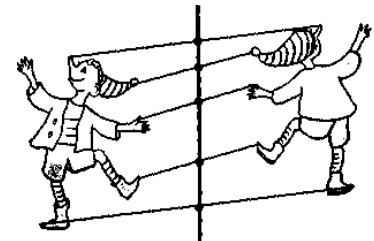


4. Определение осевой симметрии в пространстве, доказательство, что осевая симметрия – вид движения пространства, решение типовой задачи. – **8 минут.**

Учитель. Что видно на этом рисунке? Какие свойства с точки зрения геометрии можно зафиксировать?



Представленный рисунок может дать неверный ориентир, может показаться, что все происходит в плоскости, но вот другое изображение.



1. Сначала обратим внимание, что оба Буратино как бы отвернулись друг от друга, т.е. эффект вовсе не такой, как если бы Буратино смотрелся в зеркало.

2. Все размеры и все соответствующие расстояния (между носами, каблуками ботинка на правой ноге, кончиками колпачка и т.д.) сохранились. И главное — фигура (Буратино) перешла в *равную ей фигуру* (в такого же Буратино).

Видно, что симметричные относительно прямой друг другу точки вовсе не обязательно должны лежать в одной плоскости.

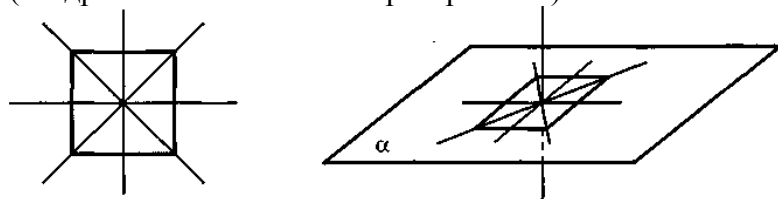
Все сказанное позволяет сделать **вывод** о том, что **осевая симметрия — геометрическое преобразование пространства.** (Демонстрация объемных фигур симметричных относительно оси). *Ученики самостоятельно (или с помощью учителя) формулируют определение осевой симметрии в пространстве.*

Учитель. Докажем, что осевая симметрия действительно является движением пространства. Для доказательства воспользуемся «Методом координат» (Доказательство проводится по готовому чертежу в опорном конспекте).

Решение типовой задачи (ученики решают задачу самостоятельно в опорных конспектах, проверка по эталону на доске). При симметрии относительно оси ординат точка А отображается на точку А₁(-4; 4; 3). Найдите длину отрезка АА₁.

Делаем вывод: осевая симметрия в пространстве имеет место быть и является движением пространства. Наличие оси симметрии у геометрических фигур помогает изучать их свойства. Назовите фигуры симметричные относительно прямой на плоскости и в пространстве: окружность, сфера, куб и прямоугольный параллелепипед и т.д.

Вопрос для обсуждения. Всегда ли оси симметрии плоских фигур на плоскости совпадают с осями симметрии в пространстве? Например, квадрат. Сколько осей симметрии у квадрата? (квадрат на плоскости и в пространстве).



5. Постановка проблемы. Определение зеркальной симметрии, доказательство того, что зеркальная симметрия – вид движения пространства. – **7 минут.**

Учитель. Мы знаем, что свойства симметрии окружности и других круглых фигур помогают получить (доказать) различные свойства этих фигур, например, нам известно из планиметрии, что *точки пересечения двух окружностей симметричны относительно прямой, содержащей их центры.*

Проблемный вопрос: однозначно ли следует воспринимать формулировку этого утверждения; какие возможны случаи расположения двух пересекающихся окружностей?

Мы привыкли, что окружности лежат в одной плоскости. Однако можно представить себе ситуацию, когда окружности пересекаются, но не лежат в одной плоскости. В этом случае возникает много особенностей. Прежде всего бессмысленно говорить об осевой симметрии. Линия центров окружностей может не пересекать *линию пересечения окружностей* и т. д. (Демонстрация наглядного изображения, созданного с помощью 3D калькулятора GeoGebra).

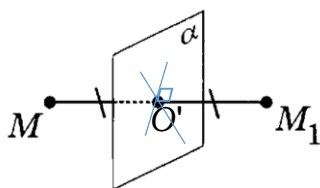


Учитель: Существует ли некий объект в пространстве относительно которого точки пересечения окружностей отобразятся друг в друга? (Плоскость)

Поэтому имеет смысл говорить о плоскости симметрии в пространстве. Наглядно представить симметрию относительно плоскости можно с помощью плоского зеркала. Любой объект и его изображение симметричны относительно плоскости зеркала поэтому симметрию относительно плоскости иначе называют *зеркальной симметрией*. Давайте познакомимся с *зеркальной симметрией* (симметрией относительно плоскости), которая имеет место только в пространстве. *Ученики самостоятельно формулируют определение зеркальной симметрии по аналогии.*

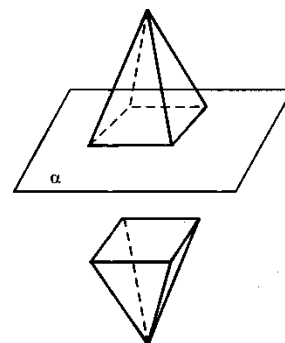
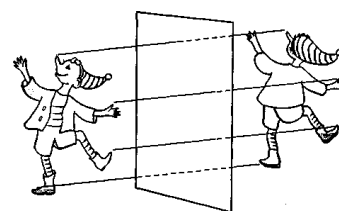


Вопросы. Что видно на этом рисунке? Какие свойства с точки зрения геометрии можно зафиксировать? Давайте посмотрим на другой рисунок.



$$MM_1 \cap \alpha = O; MM_1 \perp \alpha; MO = OM_1$$

Какие выводы можно сделать глядя на рисунок (ученики самостоятельно анализируют рисунок, обобщают увиденное): 1) каждая точка одной фигуры переходит в симметричную ей точку (относительно данной плоскости), а значит, зеркальная симметрия является геометрическим преобразованием; 2) расстояния между соответствующими точками сохраняются, следовательно, зеркальная симметрия — движение; как и во всех предыдущих симметриях, 3) размеры и формы фигур при симметрии относительно плоскости сохраняются, а значит, каждая фигура при зеркальной симметрии переходит в равную ей фигуру. Например, при симметрии относительно плоскости пирамида переходит в равную ей пирамиду.



Учитель. Докажем, что зеркальная симметрия является движением пространства. Для доказательства, как и в случае центральной и осевой симметрии воспользуемся методом координат и введем прямоугольную систему координат так, чтобы плоскость симметрии совпала с координатной плоскостью Oxy , установим связь между координатами точек M и M_1 и докажем равенство отрезков $AB=A_1B_1$.

Обобщение новой информации. Центры, оси и плоскости симметрии фигуры, если они у нее есть, называются *элементами симметрии* фигуры.

1. *Сфера симметрична относительно любой прямой, проходящей через ее центр!* Сфера, как и шар (все, что говорим о симметриях, распространяется и на шар), является «самой симметричной фигурой», так как она имеет все известные нам симметрии. Проверьте это самостоятельно.

2. Много раз говорилось о различных сечениях куба. Плоскости сечения могут быть плоскостями симметрии куба. Всего у куба есть девять плоскостей симметрии.

Учитель. Симметрия вокруг нас. Самые разнообразные виды пространственной симметрии мы наблюдаем в живой и неживой природе, искусстве, архитектуре, технике и т. д. В основе строения живых форм лежит принцип симметрии, причем природа гармонично объединяет различные виды симметрии с почти математической строгостью. Сообщения о симметрии вокруг нас может быть отнесено к творческой части домашнего задания.



6. Подведение итогов урока. Тест. Часть 2 (первичное применение полученных знаний). Рефлексия. Оценка деятельности учеников преподавателем, оценка урока детьми. – **8 минут**.
Вопросы: О чем говорилось на уроке? Что такое отображение пространства? Что такое движение пространства? Из определения движения вытекают его основные свойства, какие? (Движение переводит точку, прямую, луч в точку, прямую, луч, отрезок в равный ему отрезок, угол в равный ему угол; **новое движение переводит плоскость в плоскость**. Таким образом основное свойство симметрии в пространстве, касающуюся всех видов симметрии: две симметричные фигуры равны).

Как мы в геометрии определяем равные фигуры? (Фигуры равны если при наложении они совмещаются). Можем ли мы утверждать, что движение — это наложение? Будет ли верным обратное утверждение? (Этот вопрос может быть озвучен, но оставлен для самостоятельной исследовательской работы учеников).

О каких видах движения мы говорили на уроке? Какие виды движения нам осталось проверить – имеют ли они место быть в пространстве или нет?

Тест. Часть 2 (первичное применение полученных знаний). При недостатке времени, может быть началом следующего урока.



Рефлексия. Оцените урок:

«😊» «Я удовлетворен уроком, я понимал все, о чем говорилось и что делалось на уроке».

«?» «Урок был интересен, я принимал в нем активное участие, я сумел выполнить часть заданий самостоятельно, мне было на уроке комфортно».

«←» «Пользы от урока я получил мало, я не очень понимал, о чем идет речь».

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Обязательная часть домашнего задания

1. Прочитать пп. 54, 55, 56 стр 121-123
2. Доказать, что зеркальная симметрия является движением.
3. Типовая задача № 478.

Для учащихся интересующихся математикой.

Тематика сообщений и рефератов:

1. Симметричные формы в природе.
2. Симметричные формы в архитектуре.
3. Евграфий Федоров, выдающийся русский математик и кристаллограф.
4. Творчество голландского художника графика Маурица Эшера.
5. Об ориентации поверхности. Лента Мебиуса.

Список использованной литературы и Интернет-ресурсов:

1. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2016.
2. Геометрия. 11 класс: учебник базовый и профильный уровни / А.П. Ершова, В.В. Голобородько и др. – М.: Илекса, 2014
3. Тетрадь-конспект по геометрии для 11 класса. / А.П. Ершова, В.В. Голобородько и др. – М.: Илекса, 2014.
4. Геометрия. Учебное пособие для 10-11 классов гуманитарного профиля / И.М. Смирнова. – М.: Просвещение, 1997.
5. **Методика** обучения геометрии: Учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчишина и др.; Под ред. В. А. Гусева. — М.: Издательский центр «Академия», 2004.
6. Адрес сайта для создания заданий в игровой форме.
<https://learningapps.org>
7. 3D калькулятор GeoGebra (бесплатная программа, позволяющая создавать наглядные модели по разным темам курса математики).

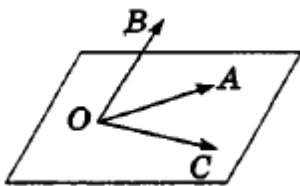
Тестовое задание. Часть 1.

1. Найдите сумму векторов $\vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}$

- А) $\vec{0}$ Б) \vec{CF} В) \vec{DF} Г) \vec{CE}

2. На рисунке точка В не лежит в плоскости АОС. Закончите предложение так, чтобы получилось верное утверждение. Векторы $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ являются...

- А) коллинеарными; В) сонаправленными;
 Б) компланарными; Г) некомпланарными



3. Даны точки $A(x_1; y_1; z_1), B(x_2; y_2; z_2)$. Какая величина всегда выражается разностью $z_2 - z_1$?

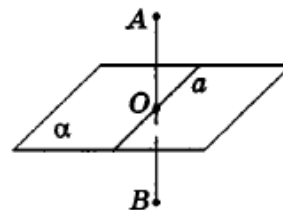
- А) одна из координат середины отрезка AB ;
 Б) длина отрезка AB ;
 В) одна из координат вектора \vec{AB} ;
 Г) длина вектора \vec{AB} .

4. Найдите координаты середины отрезка с концами $M(-7; 1; 4), N(-1; 3; 0)$

- А) $(-4; -1; 4)$ Б) $(-4; 2; 2)$
 В) $(-4; -2; 2)$ Г) $(-3; -2; 2)$

Тестовое задание. Часть 2.

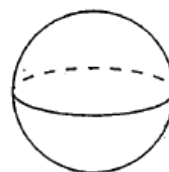
1. На рисунке $AB \perp \alpha, a \subset \alpha, AO = OB$. Перечислите все виды симметрии точек А и В.



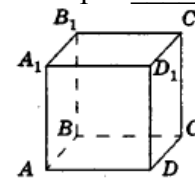
Ответ: _____

2. Среди данных пространственных фигур, изображенных на рисунке назовите те, которые имеют:

- а) центр симметрии _____
 б) ось симметрии _____
 в) плоскость симметрии _____



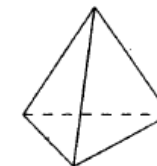
Шар
а



Куб
б



Конус
в



Правильный тетраэдр
г

3. В мастерской были изготовлены две одинаковые фигуры, обладающие зеркальной симметрией по отношению друг к другу. Можно ли в механизме, который имеет такие детали, заменить одну из них симметричной.

Ответ: _____

ОЦЕНИТЕ УРОК:

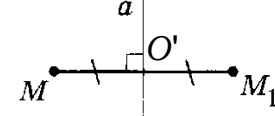
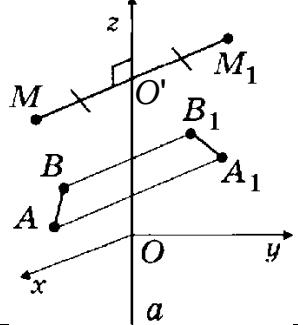
«☺» «Я удовлетворен уроком, я понимал все, о чем говорилось и что делалось на уроке».

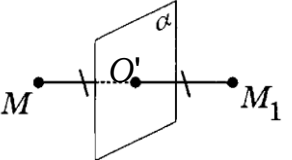
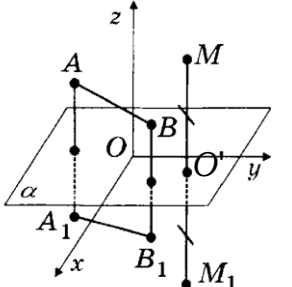
«?» «Урок был интересен, я принимал в нем активное участие, я сумел выполнить часть заданий самостоятельно, мне было на уроке комфортно».

«←» «Пользы от урока я получил мало, я не очень понимал, о чем идет речь».

Опорный конспект. 11 класс. Движения пространства.

<p>Определение отображения пространства на себя</p>	<p>Отображением пространства на себя называется соответствие, при котором каждой точке пространства M соответствует некоторая точка M_1, причем любая точка M_1 поставлена в соответствие некоторой точке M.</p>
<p>Определение движения пространства</p> 	<p>Движением пространства называется отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.</p>
<p>Определение центральной симметрии</p> 	<p>Центральной симметрией называется отображение пространства на себя, при котором любая точка M отображается на точку M_1 симметричную M относительно данной точки O (центра симметрии).</p>
	<p>Центральная симметрия в пространстве является движением. Доказательство. 1) Введем прямоугольную систему координат так, чтобы O – центр симметрии совместился с началом координат. 2) Установим связь между координатами точек M и M_1. 3) Докажем равенство отрезков $AB=A_1B_1$</p>

<p>Типовая задача</p>	<p>При центральной симметрии точка $A(2; -5; 3)$ отображается на точку $A_1(-4; 1; 7)$. Определите, на какую точку при симметрии с тем же центром отображается точка $B(0; 1; -1)$.</p>
<p>Определение осевой симметрии</p> 	<p>Осевой симметрией называется отображение пространства на себя, при котором любая точка M отображается на точку M_1 симметричную M относительно данной прямой a (оси симметрии).</p>
	<p>Осевая симметрия в пространстве является движением. Доказательство. 1) Введем прямоугольную систему координат так, чтобы ось симметрии совпала с координатной осью Oz. 2) Установим связь между координатами точек M и M_1. 3) Докажем равенство отрезков $AB=A_1B_1$</p>
<p>Типовая задача</p>	<p>При симметрии относительно оси ординат точка A отображается на точку $A_1(-4; 4; 3)$. Найдите длину отрезка AA_1.</p>

<p>Определение зеркальной симметрии</p> 	<p>Зеркальной симметрией (симметрией относительно плоскости) называется отображение пространства на себя, при котором любая точка M отображается на точку M_1 симметричную M относительно данной плоскости α (плоскости симметрии).</p>
	<p>Зеркальная симметрия является движением. Доказательство. 1) Введем прямоугольную систему координат так, чтобы плоскость симметрии совпала с координатной плоскостью Oxy. 2) Установим связь между координатами точек M и M_1. 3) Докажем равенство отрезков $AB=A_1B_1$</p>

<h2>ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ</h2>
<p>Обязательная часть домашнего задания</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Прочитать пп. 54, 55, 56 стр 121-123 2. Доказать, что зеркальная симметрия является движением. 3. Типовая задача № 478.
<p>Для учащихся интересующихся математикой.</p>
<p>Тематика сообщений и рефератов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 6. Симметричные формы в природе. 7. Симметричные формы в архитектуре. 8. Евграфий Федоров, выдающийся русский математик и кристаллограф. 9. Творчество голландского художника графика Маурица Эшера. 10. Об ориентации поверхности. Лента Мебиуса.