

*«Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».*

Бертран Рассел

**Урок защиты проектов по теме: «Золотое сечение в математике и вокруг нас». Автор разработки Мурысина Т.М., преподаватель СПб ГБОУ «СПб музыкальный лицей Комитета по культуре».**

**Тема:** «Золотое сечение в математике и вокруг нас». Геометрия 10 класс.

**Цели:** 1) В направлении личностного развития. *Формирование эстетического восприятия математических фактов, развитие умения чувствовать красоту и гармонию окружающего нас мира, развитие способности к умственному эксперименту, расширению кругозора. Воспитание качеств личности, обеспечивающих культуру речи, социальную мобильность, умения проявлять настойчивость в достижении поставленной цели.*

2) В метапредметном направлении. *Формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер деятельности человека. Приобретения опыта исследовательской проектной деятельности в области математики и других дисциплин.*

3) В предметном направлении. *Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для мотивированного продолжения обучения курсу стереометрии, для изучения смежных дисциплин. Развитие умения сравнивать и анализировать, строить аналогии, обобщать, выделять главное.*

**Задачи:** 1) В направлении личностного развития. *Воспитывать у учащихся интерес к геометрии и познанию, стремление к целенаправленному преодолению трудностей на пути познания. Формировать положительный мотив обучения. Способствовать формированию коммуникативной компетентности учащихся, умения организовать учебное сотрудничество и*

*совместную деятельность с учителем и сверстниками, развивать интерес к творческой, исследовательской работе.*

2) В метапредметном направлении. *Сформировать представления учащихся о геометрии, как о неотъемлемой части реальной жизни, научить понимать гармонию окружающего мира, способствовать осознанию разнообразия применения математики в различных предметных областях.*

3) В предметном направлении. *Подвести учащихся к самостоятельному определению понятия гармонического отношения и его расчету, познакомить с историей возникновения понятия «золотое сечение», научить строить «золотой» прямоугольник и спираль.*

### **Описание порядка организации проектной деятельности учащихся.**

Каждый проект подразумевает проведение и организацию определенной исследовательской деятельности, которая подтвердит или опровергнет выдвинутое предположение, гипотезу. Методы проектной исследовательской деятельности и представление ее результатов могут быть различными. Применительно к обозначенной выше теме: найти связь понятия «золотого сечения» с другими предметными областями и повседневной жизнью, подразумевает доклады, защиту рефератов, исследования и любые другие виды самостоятельной творческой деятельности учащихся в различных предметных областях и окружающей нас действительности.

### **Основные этапы реализации проекта:**

1. Подготовительный этап.
2. Этап обработки полученной информации.
3. Итоговое занятие по защите проекта.
4. Подведение итогов занятия. Домашнее задание.
5. Рефлексия.

#### **1. Подготовительный этап.**

Итоговому занятию, на котором подводятся итоги проектной деятельности учащихся по теме: «Золотое сечение в математике и вокруг нас» предшествует очень большая подготовительная работа. Учащиеся класса

делятся на группы и проводят поисково-исследовательскую работу по заданной теме. В качестве отчетов это могут быть рефераты, доклады и сообщения, как в математике, так и в других предметных областях. Преподаватели других дисциплин также задействованы в реализации проекта, оказывают учащимся помощь в отборе и систематизации информационного материала о «золотом сечении» в области своего предмета. Они оценивают работу учащихся на своих уроках. Таким образом, деятельность учащихся оценивается не только на уроках геометрии, но по другим учебным дисциплинам.

## **2. Этап обработки полученной информации.**

На этапе обработки полученной информации строго формируются основные темы, которые будут отражены на итоговом занятии: *золотое сечение в математике, в живописи, в литературе, в музыке, в биологии, в архитектуре*. Далее по каждой предметной области формируется презентация, которую создают самостоятельно и (или) с помощью преподавателя ученики.

В итоге совместной деятельности учащихся и преподавателей учащиеся осознают, что все в мире взаимосвязано и подчинено законам гармонии и красоты и это утверждение имеет научное обоснование. Таким образом, благодаря интеграции различных дисциплин, учащиеся подтверждают гипотезу о тесной связи математики, литературы, живописи, музыки, архитектуры – словом, всего того, что и составляет нашу жизнь. Учащимся открывается мир как единство всего сущего, т.е. природа и окружающих нас мир не рассматриваются как механическая совокупность химических, биологических, исторических и других факторов, а рассматривались как единое целое.

## **3. Организация итогового занятия по защите проекта.**

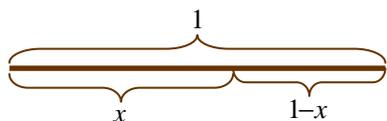
На итоговом занятии (для данной темы лучше, если это будут два спаренных урока по 45 минут), каждая группа представляет результаты своей поисково-исследовательской деятельности. Учащиеся обмениваются информацией, делают выводы и обобщают, на этих уроках могут присутствовать преподаватели других дисциплин.

1. Учащимся предлагается решить первую задачу, чтобы определить число которым выражается золотое сечение. Эту задачу решает у доски ученик

из группы, которая исследовала золотое сечение, как гармоническую пропорцию. Проверка осуществляется с помощью интерактивной доски и презентации к уроку.

**Задача 1.** Найдите число, которым выражается золотое сечение, если меньшая часть так относится к большей, как большая часть относится ко всему целому.

**Решение.** Примем целое за единицу и обозначим большую из его частей через  $x$ , тогда меньшая часть будет равна  $1-x$ .



По определению золотого сечения должно выполняться равенство:  $\frac{1-x}{x} = \frac{x}{1}$ .

Решим пропорцию

$$x^2 = 1-x;$$

$$x^2 + x - 1 = 0;$$

$$D = 1 + 4 = 5; \quad \sqrt{D} = \sqrt{5};$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\pm \sqrt{5} - 1}{2};$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = \frac{-\sqrt{5} - 1}{2} < 0, \text{ не подходит по условию;} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}. \end{array} \right.$$

Полученное число обозначается греческой буквой

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0,6180339\dots$$

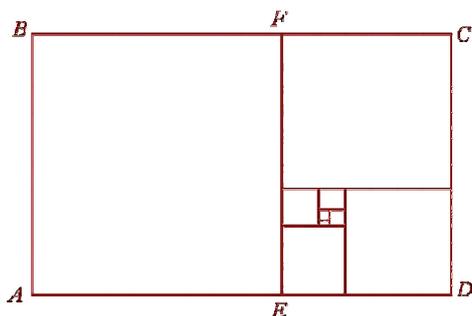
**Вывод:** Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью. Для практических целей часто используют приближенные значения 0,62 и 0,38. Если отрезок АВ принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая – 38 частям.

$$BE : AE = AE : AB$$



Если  $AD = a$ ,  $AB = \varphi \cdot a$ , то  $FC = a - \varphi \cdot a$ ,  $\frac{FC}{FE} = \frac{a - \varphi a}{\varphi a} = \frac{1 - \varphi}{\varphi} = \frac{\varphi}{1} = \varphi$ , т.е.  $EFCD$  -

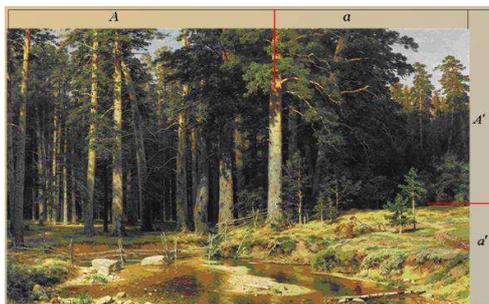
золотой прямоугольник, что и требовалось доказать.



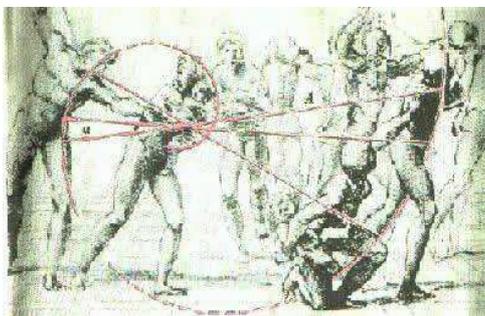
Делается обобщение и дополнение информации о золотом сечении в живописи. Делается вывод о том, что в результате такого построения получаются вращающиеся квадраты, если соединить вершины квадратов плавной кривой, то получим кривую, называемую *золотой спиралью*.

Пропорции золотого сечения создают впечатление гармонии, красоты. Поэтому и скульпторы, и художники использовали и используют золотое сечение в своих произведениях. В живописи используются золотой прямоугольник и золотая спираль. *Золотой прямоугольник* использовался художниками для создания у зрителя ощущения уравновешенности, покоя. *Золотая спираль* применялась художниками для выражения тревожных, бурно развивающихся событий. Рафаэль, Леонардо да Винчи и другие известные талантливые художники использовали *знание золотого деления* при написании своих работ.

Мотивы золотого сечения просматриваются на одной из самых известных картин И. И. Шишкина «Корабельная роща». Наличие в картине ярких вертикалей и горизонталей, делящих ее в золотых отношениях, придают ей характер уравновешенности и спокойствия в соответствии с замыслом художника.



На эскизе Рафаэля проведена *золотая спираль*, по которой располагаются основные фигуры композиции. Мастер не довел свой замысел до завершения. Его эскиз был гравирован известным итальянским графиком Маркантонио Раймонди, который на основе этого эскиза создал гравюру «Избиение младенцев».



3. В третьей части занятия определяется зона *золотого сечения в музыке*. Определяя эту зону в музыке, учащиеся делают вывод, что она не в начале, не в середине пьесы, а ближе к концу (кульминация произведения), то есть в третьей четверти целого.

Применительно к нашему ОУ возникают новые задачи: определить точку золотого сечения в предложенном музыкальном учреждении на слух и по нотам.

**Задача 4.** Слушаем И.С. Баха, ищем точку золотого сечения на слух (Прелюдия № 9 E-dur).

**Решение задачи математическим путем.** Размер 12/8. Число тактов 24; число счетных единиц (четверть с точкой) равно  $96.96 \cdot \varphi = 96 \cdot 0,618 = 59,328$ . **Ответ:** Золотое сечение на 60-й четверти с точкой, то есть в конце 15-го такта.

Учащимися делается обобщение и дополнение информации о золотом сечении в музыке, о том, что *золотая пропорция* является критерием гармонии композиции музыкального произведения. Исследование музыкальных произведений показало, что наибольшее количество музыкальных произведений, в которых имеется золотое сечение – у Аренского (95%), Бетховена (97%), Гайдна (97%), Моцарта (91%), Скрябина (90%), Шопена (92%), Шуберта (91%). Определяя зону *золотого сечения* в музыке, можно

убедиться, что она не в начале, не в середине пьесы, а ближе к концу (кульминация произведения), то есть в третьей четверти целого.

4. Решение о том, какую из областей выделить для подробного исследования на итоговом занятии принимает учитель, в зависимости от количества и качества информации представленной учениками. Далее проводится краткий обзор других предметных областей и окружающего нас мира, где мы наблюдаем или золотую пропорцию или золотое сечение, или золотую спираль.

*Золотая спираль* нередко используется **в технических устройствах**. Например, вращающиеся ножи имеют профиль золотой спирали, что позволяет сохранять при вращении постоянный угол резания. **В гидротехнике** по золотой спирали изгибают трубу, подводящую поток воды к лопастям турбины, благодаря чему напор воды используется с наибольшей производительностью.

**Раковины многих моллюсков, улиток, а также рога архаров (горных козлов)** закручиваются по золотой спирали.



Ураган Изабель и галактика M51

Один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает ее нити также по золотой спирали. По золотой спирали закручены и многие галактики, в частности Галактика нашей Солнечной системы.

#### **4. Подведение итогов занятия. Домашнее задание.**

*Обобщающая беседа, вопросы учителя.*

1. Можно ли считать понятие «золотого сечения» только математическим? Обоснуйте свое мнение.
2. Кому приписывают авторство названия «золотое сечение»?
3. Приведите примеры геометрических «золотых фигур».
4. Назовите ученых, мыслителей и других известных личностей, занимавшихся изучением «золотого сечения».
5. С какой геометрической фигурой, являющейся примером «золотого сечения», связаны религиозные представления людей в разные исторические эпохи?
6. Как может проявляться «золотое сечение» в живописи, в музыке?
7. Назовите произведения искусства, в которых соблюдается «божественная пропорция».

**Вывод** который делают в конце занятия учащиеся и преподаватель – *золотое сечение, золотой прямоугольник и золотая спираль* являются математическими символами идеального соотношения формы и роста. Великий немецкий поэт *Иоганн Вольфганг Гете* считал их даже математическим символом жизни и духовного развития.

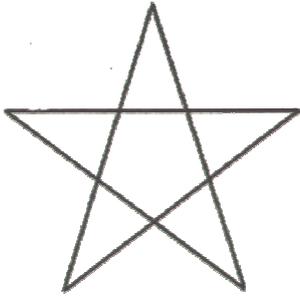
*Домашнее задание.*

Обязательная часть:

1. С помощью циркуля и линейки для заданного отрезка  $CD$  постройте отрезок  $AB$ , находящийся с  $CD$  в золотом отношении.
2. Найдите углы в равнобедренном треугольнике, основание и боковая сторона в котором находятся в золотом отношении. Такой треугольник называется золотым треугольником.

Вариативная часть:

3. Докажите, что биссектриса угла при основании золотого треугольника отсекает от него также золотой треугольник. Продолжая этот процесс, постройте последовательность вращающихся золотых треугольников.
4. Покажите, что в пентаграмме, изображенной на рисунке, все треугольники — золотые.



#### **4. Рефлексия.**

Учащимся раздаются листы, на которых им предлагается выполнить анализ деятельности своей, сверстников и преподавателей.

Сформулируйте одним предложением свое отношение

- 1. к организации проекта;*
- 2. к своей роли в реализации проекта;*
- 3. к роли своих сверстников в реализации проекта;*
- 4. к роли преподавателей в реализации проекта;*
- 5. к итоговому занятию.*