Глава 7

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ И ДИКТАНТЫ

Т-701 Теорема Виета. Целые корни

Пользуясь теоремой Виета, найдите подбором целые корни квадратных трехчленов.

№	Трехчлен	x_1	x_2	№	Трехчлен	x_1	x_2
1	$x^2 + x - 2$			11	$x^2 - 6x + 8$		
2	$x^2 - x - 2$			12	$x^2 + 7x - 8$		
3	$x^2 + 4x + 3$			13	$x^2 - 7x + 10$		
4	$x^2 - 2x - 3$			14	$x^2 + 3x - 10$		
5	$x^2 + 5x + 4$			15	$x^2 + 9x - 10$		
6	$x^2 - 3x - 4$			16	$x^2 + x - 12$		
7	$x^2 - 6x + 5$			17	$x^2 - 11x - 12$		
8	$x^2 - x - 6$			18	$x^2 + 8x + 12$		
9	$x^2 + 7x + 6$			19	$x^2 - 8x + 15$		
10	$x^2 - 5x + 6$			20	$x^2 + 2x - 15$		

Т-702 Теорема Виета. Рациональные корни

Если старший коэффициент квадратного трехчлена с целыми коэффициентами равен 1, то он не может иметь нецелых рациональных корней. Если старший коэффициент отличен от 1, то один или два корня могут быть нецелыми. Их знаменатели (при записи в виде несократимой дроби) должны быть делителями старшего коэффициента.

Подберите один целый корень, а второй найдите с помощью теоремы Виета.

№	Трехчлен	Вычисления	Ответ	
			x_1	x_2
1	$2x^2 + 3x - 5$	$x_1 = 1;\ x_1x_2 = -\frac{5}{2} \Rightarrow x_2 = -\frac{5}{2}$	1	$-\frac{5}{2}$
2	$2x^2 - 5x - 7$	$x_1 = -1;\ x_1 + x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{7}{2}$	–1	$\frac{7}{2}$
3	$3x^2 - 18x + 15$			
4	$4x^2 + 17x + 13$			
5	$2x^2 - 97x - 99$			
6	$4x^2 - 9x + 5$			
7	$5x^2 + 2x - 3$			
8	$2x^2 + 7x - 9$			
9	$3x^2 - 4x - 4$			
10	$3x^2 - 5x - 2$			

Т-703 Теорема Виета. Составление квадратного трехчлена

Составьте квадратный трехчлен.

№	x_1	x_2	p	q	$x^2 + px + q$
1	–3	5	–2	–15	$x^2 - 2x - 15$
2	5	–6			
3	–3	–8			
4	7	9			
5	–2	$\frac{1}{2}$			

Составьте все квадратные трехчлены с целыми корнями, произведение которых равно данному числу q. Перед составлением выпишите все делители q.

№	q	Положительные делители q	x_1	x_2	p	$x^2 + px + q$
6	3	1, 3	1	3	–4	$x^2 - 4x + 3$
			–1	–3	4	$x^2 + 4x + 3$
7	–6	1, 2, 3, 6	1	–6	5	$x^2 + 5x - 6$
			–1	6	–5	$x^2 - 5x - 6$
			2	–3	1	$x^2 + x - 6$
			–2	3	–1	$x^2 - x - 6$
8	–3					
9	7					
10	–10					
11	–12					

Т-704 Разложение квадратного трехчлена на множители

Найдите устно корни трехчлена и запишите его разложение на линейные множители. Корни – целые числа.

№	Трехчлен	x_1	x_2	$(x - x_1)(x - x_2)$
1	$x^2 + 7x - 8$	1	–8	$(x - 1)(x + 8)$
2	$x^2 - x - 12$			
3	$x^2 + 5x + 4$			
4	$x^2 - 7x + 10$			
5	$x^2 - 7x + 12$			

№	Трехчлен	x_1	x_2	$(x - x_1)(x - x_2)$
6	$x^2 - 2x - 15$			
7	$x^2 + 11x + 18$			
8	$x^2 + x - 20$			
9	$x^2 - 5x - 24$			
10	$x^2 - 11x + 30$			
11	$x^2 + x - 42$			

Т-705 Корни квадратного уравнения

Решите уравнения, используя формулу для корней квадратного уравнения.

№	Уравнение	Дискриминант	Ответ
1	$x^2 + 7x + 1 = 0$	$7^2 - 4 = 45$ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$	$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
2	$x^2 - 5x + 5 = 0$		
3	$x^2 + 4x - 28 = 0$		
4	$x^2 + 4x + 6 = 0$		
5	$2x^2 + 6x - 9 = 0$		
6	$3x^2 - 7x + 3 = 0$		

№	Уравнение	Дискриминант	Ответ
7	$3x^2 + 2x - 13 = 0$		
8	$x^2 - \frac{2}{5}x - 3 = 0$		
9	$x^2 + \frac{3}{7}x - 2 = 0$		

Т-706 Разложение квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ на множители ($a \neq 1$)

Квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ с корнями x_1 и x_2 раскладывается на множители: $ax^2 + bx + c = a\,(x - x_1)(x - x_2)$.

Если числа a, b, c – целые, а один или оба корня – нецелые, то можно получить разложение трехчлена на два линейных множителя с целыми коэффициентами за счет коэффициента a.

Примеры: $2x^2 + x - 3 = 2\,(x - 1)\left(x + \frac{3}{2}\right) = (x - 1)(2x + 3)$

$$6x^2 - 5x + 1 = 6\,\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 2\,\left(x - \frac{1}{2}\right)\cdot 3\left(x - \frac{1}{3}\right) = (2x - 1)(3x - 1)$$

Разложите квадратные трехчлены на множители с целыми коэффициентами.

№	Трехчлен	x_1	x_2	$a\,(x - x_1)(x - x_2)$	Ответ
1	$2x^2 + 3x - 5$				
2	$2x^2 - 5x - 7$				
3	$3x^2 + 5x - 8$				
4	$5x^2 - 7x - 12$				
5	$6x^2 - x - 1$				
6	$4x^2 + 13x + 3$				

Т-707 Биквадратные уравнения

Решите уравнения.

№	Уравнение	Замена	Новое уравнение	Ответ
1	$x^4 - 21x^2 - 100 = 0$	$x^2 = y$	$y^2 - 21y - 100 = 0$	$x_1 = -5$ $x_2 = 5$
	$y_1 = 25 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 5$ $y_2 = -4 \Rightarrow$ корней нет			
2	$x^4 - 19x^2 + 90 = 0$			
3	$x^4 - 13x^2 - 48 = 0$			
4	$x^4 - 7x^2 + 10 = 0$			
5	$x^4 + 13x^2 + 36 = 0$			
6	$x^4 + 4x^2 - 21 = 0$			
7	$x^4 - 18x^2 + 32 = 0$			
8	$x^4 - 10x^2 + 16 = 0$			
9	$x^4 + 12x^2 + 35 = 0$			

Т-708 Разложение биквадратных трехчленов на множители

Биквадратный трехчлен имеет вид $x^4 + px^2 + q$. Считая x^2 новой буквой (новые обозначения $x^2 = y$ вводить не обязательно), сначала находим корни t_1 и t_2 квадратного трехчлена $(x^2)^2 + p(x^2) + q$ относительно x^2, раскладываем его на множители $(x^2 - t_1)(x^2 - t_2)$, а затем, если корень t положителен, раскладываем разность квадратов $x^2 - t = \left(x - \sqrt{t}\right)\left(x + \sqrt{t}\right)$. В разложении мы допускаем как рациональные, так и иррациональные коэффициенты.

Разложите на множители с вещественными коэффициентами.

№	Трехчлен	t_1	t_2	Разложение
1	$x^4 - 2x^2 - 3$	3	–1	$(x^2 - 3)(x^2 + 1) = \left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right)\left(x^2 + 1\right)$
2	$x^4 - 5x^2 + 4$			
3	$x^4 - 5x^2 + 6$			
4	$x^4 - x^2 - 12$			
5	$x^4 + 9x^2 + 20$			
6	$x^4 - 3x^2 - 10$			
7	$x^4 - 11x^2 + 18$			

Т-709 Полный квадрат

Известно, что для того, чтобы трехчлен $x^2 + px + q$ был полным квадратом, то есть чтобы он мог быть представлен в виде $(x - x_0)^2$, необходимо и достаточно, чтобы его дискриминант $D = p^2 - 4q$ равнялся бы нулю.

Какие из следующих трехчленов являются полными квадратами? В качестве ответа поставьте плюс или минус в свободном столбце.

1	$x^2 + x + \frac{1}{4}$	+	4	$2x^2 - 10x + \frac{25}{2}$	
2	$x^2 - 7x + \frac{49}{4}$		5	$4x^2 + 9x + \frac{81}{16}$	
3	$x^2 + 16x + 16$		6	$-x^2 + 4x + 4$	

При каких значениях параметра a квадратный трехчлен является полным квадратом?

7	$x^2 + (a-3)\,x - 3a + 1$	$D = (a-3)^2 + 4\,(3a-1) = a^2 + 6a + 5$ $D = 0 \Rightarrow\ a_1 = -5$ $a_2 = -1$	$a_1 = -5$ $a_2 = -1$
8	$x^2 - 2\,(a+2)\,x + 4a + 5$		
9	$x^2 - (a+5)\,x + 5a + 1$		
10	$2x^2 + (3a+1)\,x + a + \frac{3}{2}$		
11	$a^2x^2 + 2\,(3a+4)\,x + 25$		

Т-710 Возвратные и однородные уравнения

Решите уравнение.

№	Уравнение	Замена и новое уравнение	Ответ
1	$x^4 - \frac{x^3}{3} - 8x^2 - \frac{x}{3} + 1 = 0$	$x + \frac{1}{x} = y$ $y^2 - \frac{1}{3}y - 10 = 0$	$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $x_3 = 3$ $x_4 = \frac{1}{3}$
	$x^2 - \frac{x}{3} - 8 - \frac{1}{3x} + \frac{1}{x^2} = 0$ $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 - \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{x}\right) - 8 = 0$ $x + \frac{1}{x} = -3 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$y_1 = -3,\ y_2 = \frac{10}{3}$ $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$ $x = 3,\ x = \frac{1}{3}$	

№	Уравнение	Замена и новое уравнение	Ответ
2	$x^4+\frac{x^3}{2}-3x^2+\frac{x}{2}+1=0$		
3	$x^4-\frac{5}{12}x^3-8x^2+\frac{5}{12}x+1=0$		
4	$x^4-5x^2(x-1)^2+4(x-1)^4=0$		
5	$(x^2+1)^2-3(x^4-1)+2(x^2-1)^2=0$		

Т-711 Симметричные системы

1) Решите системы. Замена $x \pm y = z$, $xy = t$.

	Система и замена неизвестных	Вычисления	Вспомогательное уравнение	Ответ
1	$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x-y=4 \end{cases}$ $x+(-y)=z$ $x\cdot(-y)=t$	$x^2+y^2=z^2-2t$ $\begin{cases} z^2-2t=10 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow t=3$	$u^2-4u+3=0$ $u_1=1$ $u_2=3$	$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=3 \\ y_1=-1 \end{cases}$

	Система и замена неизвестных	Вычисления	Вспомогательное уравнение	Ответ
2	$\begin{cases} x^2+xy+y^2=7 \\ x+y=1 \end{cases}$			
3	$\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{34}{15} \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$			
4	$\begin{cases} x^3-y^3=133 \\ x-y=7 \end{cases}$			
5	$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ x^2+y^2=160 \end{cases}$			

2) Решите системы и впишите в таблицу ответы. Использование симметрии при решении систем.

№	Система	Ответ	№	Система	Ответ
1	$\begin{cases} x(x+y)=35 \\ y(x+y)=14 \end{cases}$		4	$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\dfrac{5}{2} \\ x+y=25 \end{cases}$	
2	$\begin{cases} x(y+z)=27 \\ y(z+x)=32 \\ z(x+y)=35 \end{cases}$		5	$\begin{cases} x\left(1+\dfrac{x}{y}\right)=-3 \\ y\left(1+\dfrac{y}{x}\right)=-\dfrac{4}{3} \end{cases}$	
3	$\begin{cases} xy=6 \\ yz=12 \\ xz=8 \end{cases}$		6	$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=29 \\ xy+yz+xz=-10 \\ x+y=-1 \end{cases}$	

T-712 **Составление квадратного уравнения с условиями, наложенными на корни данного уравнения**

Дано квадратное уравнение $x^2 + 7x - 10 = 0$. Его корни обозначены через x_1 и x_2. Составьте квадратное уравнение, корни которого t_1 и t_2 следующим образом связаны с x_1 и x_2.

1	$t_1 = -x_1$	$t_2 = -x_2$	
2	$t_1 = \dfrac{1}{x_1}$	$t_2 = \dfrac{1}{x_2}$	
3	$t_1 = 2x_1$	$t_2 = 2x_2$	
4	$t_1 = x_1 - 1$	$t_2 = x_2 - 1$	
5	$t_1 = \dfrac{x_1}{x_2}$	$t_2 = \dfrac{x_2}{x_1}$	
6	$t_1 = 2$	$t_2 = x_1^2 + x_2^2$	
7	$t_1 = x_1^3$	$t_2 = x_2^3$	

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

ЛР-701 Составление квадратного уравнения с условием на корни

Составьте уравнения (возможно с буквенными коэффициентами), корни которых подчиняются следующим условиям.

		Ответ
1	Один из корней квадратного уравнения равен нулю.	
2	Корни квадратного уравнения равны по модулю и противоположны по знаку.	
3	Квадратное уравнение, имеющее единственный корень.	
4	Корни квадратного уравнения взаимно обратны.	
5	Один корень квадратного уравнения вдвое больше другого.	
6	Квадратное уравнение, сумма квадратов корней которого равна 5.	
7	Квадратное уравнение, у которого один корень равнялся бы квадрату другого.	
8	Квадратное уравнение имеет целые коэффициенты и один из его корней равен $2+\sqrt{3}$.	
9	Уравнение четвертой степени с целыми коэффициентами, среди корней которого были бы $1-\sqrt{2}$ и $2+\sqrt{5}$	
10	Уравнение четвертой степени с целыми коэффициентами, один из корней которого равнялся бы $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$.	

ЛР-702 Составление и исследование уравнения при движении поездов

Два поезда одновременно вышли из пункта А в одном и том же направлении. Скорость первого из них на a км/ч больше скорости второго. В пункт В, расположенный от пункта А на расстоянии d км, первый поезд пришел на t ч раньше второго. Определите скорости поездов.

1) Составьте уравнение, описывающее движение поездов.

Скорость первого поезда (в км/ч)	
Скорость второго поезда (в км/ч)	
Время движения первого поезда (в ч)	
Время движения второго поезда (в ч)	
Уравнение движения:	

2) Решите задачу при следующих числовых данных: $a = 10$; $t = 1$; $d = 560$.

Уравнение: Решение уравнения: Ответ:

3) Приведите уравнение движения с буквенными коэффициентами к квадратному уравнению со старшим коэффициентом 1.

4) Вычислите дискриминант и определите, всегда ли полученное уравнение имеет действительные корни (да, нет)?

5) Укажите число положительных и число отрицательных корней уравнения. Зависит ли ответ от числовых данных?

6) Исследуйте физический смысл отрицательного корня уравнения. Возьмите для примера корень уравнения из п. 2.

а) Что означает отрицательная скорость первого поезда $v_1 = -70$ км/ч?

____

б) Вычислите скорость второго поезда. $v_2 =$ ___________ . Сравните (поставьте знак неравенства) скорости поездов: v_1 ___ v_2; $|v_1|$ ___ $|v_2|$.

в) Вычислите время движения первого и время движения второго поезда:

$t_1 =$ _____ , $t_2 =$ _____ .

Какой смысл можно придать отрицательному значению времени?

____

г) Переформулируйте (устно) задачу так, чтобы имели обычный смысл полученные данные.

7) Из уравнения движения с буквенными коэффициентами выразите время t (оно показывает, на сколько часов первый поезд приходит в пункт В раньше второго).

8) Сохраним числовые значения $d = 560$ и $a = 10$. Найдите оценку для времени t опоздания второго поезда при условии, что первый поезд развивает скорость не меньше 150 км/ч.

$v_1 \geq 150 \Rightarrow$	Ответ:

9) Из уравнения движения с буквенными коэффициентами выразите параметр a – разность скоростей поездов.

	$a =$

10) Сохраним числовые значения $d = 560$ и $t = 1$. Найдите оценку для разности скоростей a при условии, что первый поезд развивает скорость, не большую 140 км/ч.

$0 < v_1 \leq 140 \Rightarrow$	Ответ:

ЛР-703 Вещественные корни квадратного трехчлена

Для данных квадратных трехчленов $x^2 + px + q$ сначала определите число вещественных корней, а затем (если они есть) запишите их значения с помощью радикалов.

А. Коэффициент q положителен. В этом случае для определения числа корней надо вычислять дискриминант $D = p^2 - 4q$ (или «маленький дискриминант» $d = \frac{p^2}{4} - q$).

№ п/п	Уравнение	$D = p^2 - 4q$ или $d = \frac{p^2}{4} - q$	Корни x_1, x_2
1	$x^2 \pm x + 1$	$D = 1 - 4 = -3$, $D < 0$	корней нет
2	$x^2 \pm x + 2$		
3	$x^2 \pm 2x + 2$		
4	$x^2 \pm 3x + 2$		
5	$x^2 \pm x + 3$		
6	$x^2 \pm 2x + 3$		
7	$x^2 \pm 3x + 3$		
8	$x^2 \pm 5x + 3$		
9	$x^2 \pm 2x + 4$		
10	$x^2 \pm 3x + 4$		
11	$x^2 \pm 4x + 4$		
12	$x^2 \pm 6x + 4$		
13	$x^2 \pm 4x + 5$		
14	$x^2 \pm 5x + 5$		
15	$x^2 \pm 2x + 9$		
16	$x^2 \pm 12x + 9$		

Б. Коэффициент q отрицателен. В этом случае дискриминант положителен при любом p (как сумма неотрицательного числа p^2 и положительного числа $(-4q)$).

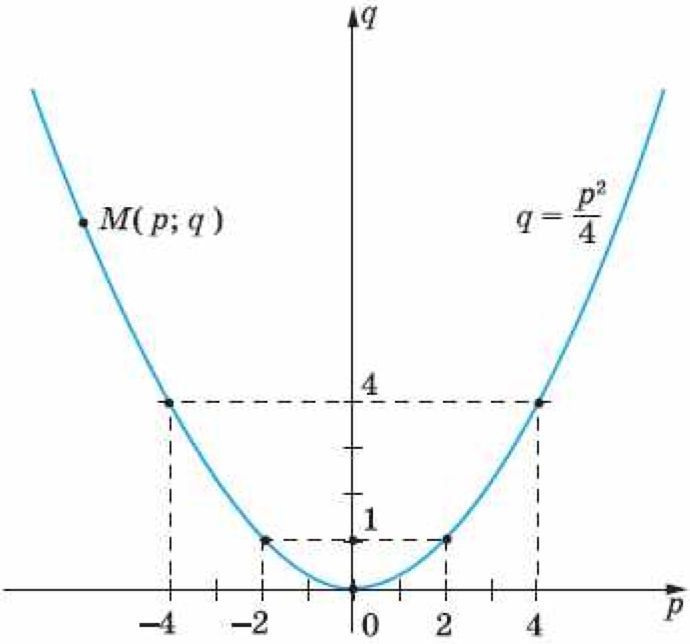
№ п/п	Уравнение	$D = p^2 - 4q$ или $d = \frac{p^2}{4} - q$	Корни x_1, x_2
17	$x^2 \pm 2x - 1$	$d = 1 - (-1) = 2$	$x_{1,2} = \mp 1 \pm \sqrt{2}$
18	$x^2 \pm 6x - 1$		
19	$x^2 \pm 4x - 2$		
20	$x^2 \pm 5x - 2$		
21	$x^2 \pm 6x - 3$		
22	$x^2 \pm x - 3$		
23	$x^2 \pm 2x - 7$		
24	$x^2 \pm 10x - 10$		

ЛР-704 Плоскость (p; q)

Введем на плоскости координаты, которые обозначим через p и q. Каждый квадратный трехчлен $x^2 + px + q$ задается парой чисел (p; q) и следовательно, определяется точкой M этой плоскости с координатами (p; q). Это позволяет изображать геометрически свойства трехчлена. Мы забежим немного вперед и нарисуем график функции $q = \frac{p^2}{4}$ – параболу. Для точек $M(p; q)$, лежащих на параболе, то есть для квадратных трехчленов, у которых $q = \frac{p^2}{4} \Leftrightarrow \frac{p^2}{4} - q = 0$, дискриминант трехчлена равен нулю. Между ветвями этой параболы (где расположена положительная полуось q) выполняется неравенство $q > \frac{p^2}{4}$, а в остальной части – противоположное неравенство $q < \frac{p^2}{4}$.

Теперь мы подготовлены к решению задач.

На рисунке изображена парабола $q = \frac{p^2}{4}$.



1) Обозначьте по-разному (штриховкой или цветом) те области на плоскости, точки которых соответствуют трехчленам с различными свойствами корней:

а) два положительных корня

б) два отрицательных корня

в) два корня разных знаков, причем бо́льший по модулю положителен

г) два корня разных знаков, причем бо́льший по модулю отрицателен

д) среди корней есть нулевой

е) корней нет

ж) один корень, при этом положительный

з) один корень, при этом отрицательный

2) Целые точки, то есть точки с целыми координатами соответствуют трехчленам с целыми коэффициентами.

Подсчитайте число целых точек, которые соответствуют следующим условиям:

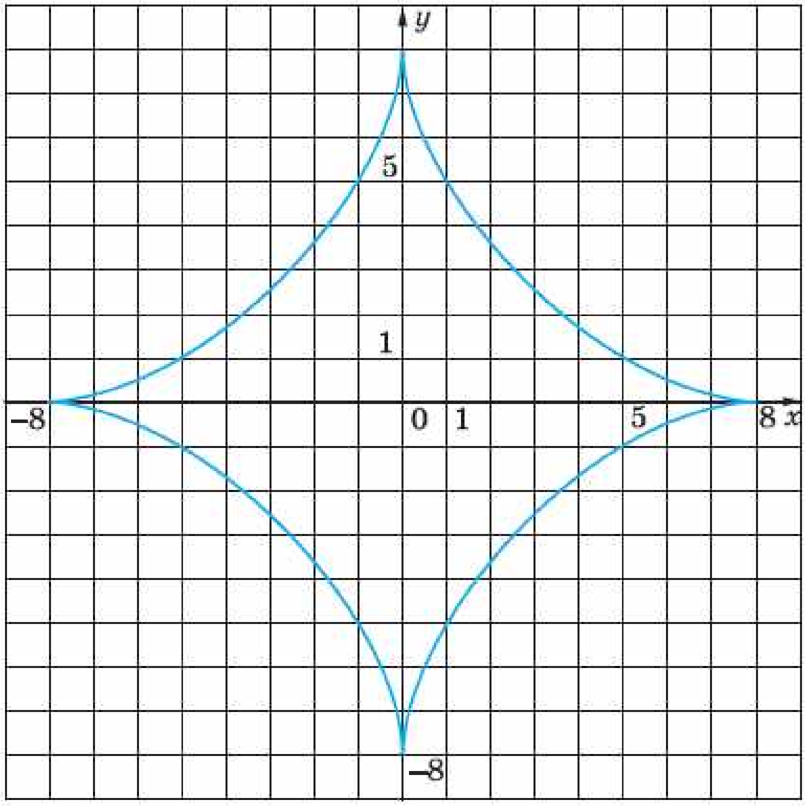
а) корней нет и $q \le 4$. Ответ:

б) два положительных корня и $|p| \le 5$. Ответ:

в) два корня и $|p| \le 5$, $|q| \le 5$. Ответ:

ЛР-705 Исследование симметричной системы

На рисунке изображен график зависимости $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4$. Эта красивая кривая называется астроидой.



1) Определите, в каких пределах меняются координаты точек астроиды.

$|x| \le$ $|y| \le$

2) Постройте на рисунке окружность $x^2 + y^2 = 25$ и с помощью графика найдите (приближенно) решения системы.

$x^2 + y^2 = 25$ (центр находится в точке (0; 0)) $R = 5$.

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$x_1 =$ $y_1 =$	$x_2 =$ $y_2 =$	$x_3 =$ $y_3 =$	$x_4 =$ $y_4 =$

3) С помощью графика исследуйте число решений системы $\begin{cases} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ в зависимости от a ($a \ge 0$).

Условие на a	$\|a\| <$	$\|a\| =$	$\|a\| >$
Число решений			

4) Сделайте замену $\sqrt[3]{x^2} = z$, $\sqrt[3]{y^2} = t$ и от системы $\begin{cases} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ перейдите к симметричной системе относительно z и t с параметром a.

5) Решите полученную систему при $a = 5$ и сравните ответ с результатом вопроса 2.

$\|x\| =$ $\|y\| =$	$\|x\| =$ $\|y\| =$

6) Решая симметричную систему $\begin{cases} z + t = 4 \\ z^3 + t^3 = a^2 \end{cases}$, запишите квадратное уравнение $u^2 + pu + q = 0$, которому удовлетворяют z и t. Вычислите дискриминант этого уравнения.

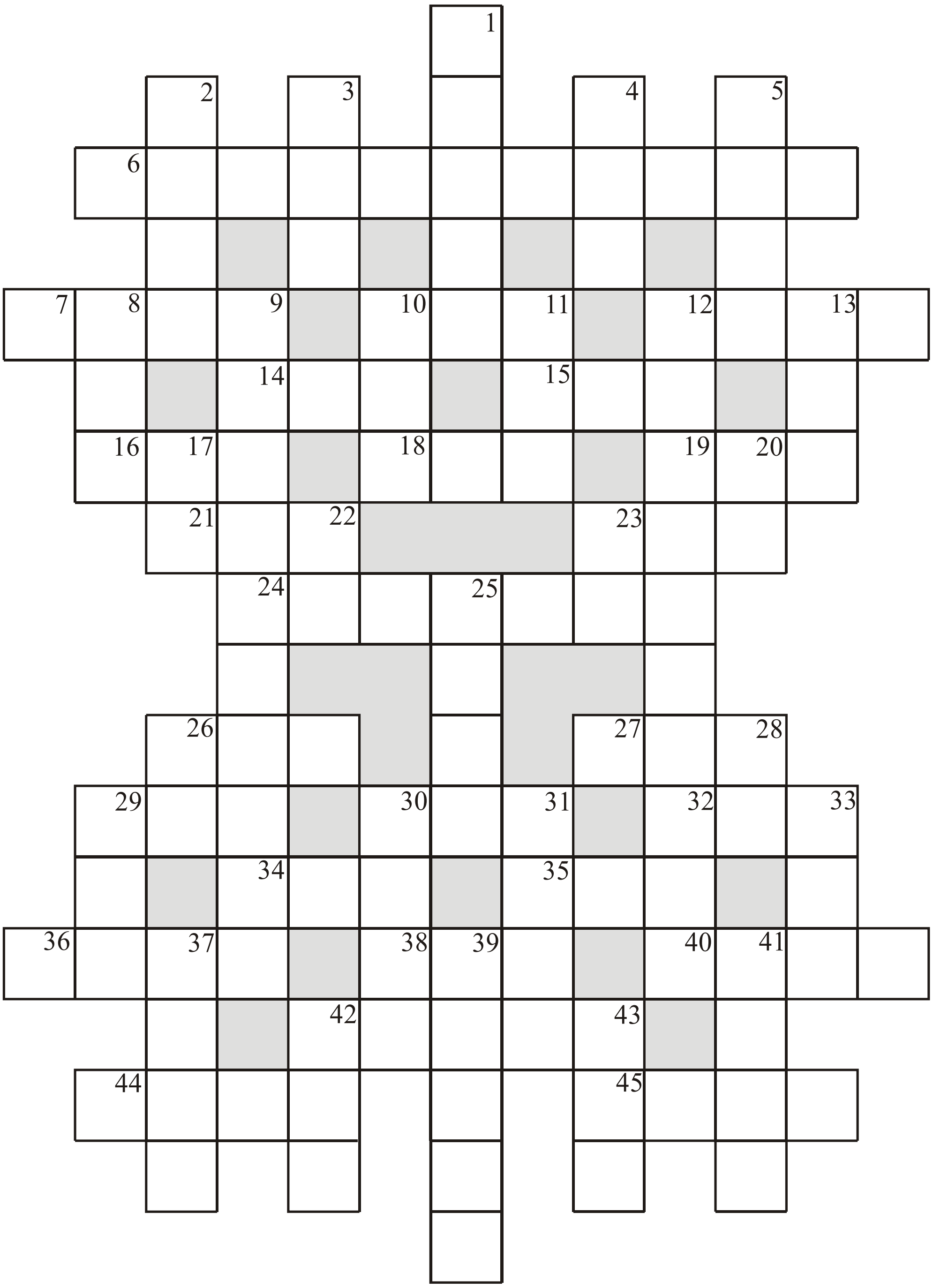
$p =$ $q =$	$d = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q =$ $=$

7) Используя результаты предыдущего вопроса, исследуйте число решений исходной системы относительно x и y в зависимости от a. Не забудьте, что корни квадратного уравнения относительно u должны быть неотрицательны. Сравните результаты аналитического и графического исследования.

Условие на a			
Число решений			

ЛР-706 Кроссnамбер

Известное слово кроссворд состоит из двух корней – кросс (от cross – пересекать) и ворд (от word – слово). Аналогично слово кросснамбер составлено из двух – кросс и намбер (от number – число). В клетки надо вписывать цифры найденного числа в десятичной записи.



По горизонтали

6. Кто и шутя и скоро пожелаетъ пи узнать число, ужъ знаетъ.

7. Каким числом способов можно разложить 4 разных монеты в семь карманов?

10. Каким числом способов можно составить двухбуквенное слово с разными буквами, которые берутся из алфавита в 23 буквы?

12. Год рождения Исаака Ньютона.

14. Код документа состоит из двух букв и двух цифр (например, АВ35). Используются три буквы и семь цифр, причем те и другие могут повторяться. Сколько можно составить таких кодов?

15. Ученик отвечает на 8 вопросов теста словами «да» или «нет». Сколько возможно различных комбинаций ответов?

16. Два ученика независимо друг от друга выбирают, в какой день марта каждый из них пойдет в кино. Сколько вариантов выбора при этом может получиться?

18. В четырехбуквенном слове первая буква гласная, а затем гласные и согласные буквы чередуются. Буквы берутся из алфавита {А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И}. Сколько таких слов можно составить?

19. Каждый из двух человек загадывает число, делящееся на 9 и меньше ста. Сколько различных вариантов при этом может получиться?

21. В группе 19 человек. Каким числом способов можно из этой группы выбрать по одному дежурному на понедельник и вторник? Один человек не может дежурить два раза.

23. Каким числом способов можно выбрать троих из группы в 13 человек?

24. Сколько есть одночленов степени 2003, составленных из трех букв (с коэффициентом 1)?

26. Из восьми спортсменов один получил золотую медаль, один – серебряную и один – бронзовую. Каким числом способов можно выбрать медалистов?

27. У человека три шляпы. Каждый день недели он надевает одну из них. На третий день он потерял свою шляпу и в остальные четыре дня недели он выбирал одну из двух оставшихся. Каково общее число вариантов выбора шляпы на неделю?

29. На трех перекрестках независимо загораются светофоры со стрелками. У каждого светофора имеется 5 возможных положений. Каким числом способов они могут быть зажжены?

30. Первое трехзначное простое число.

32. В классе 32 ученика. Двоих из них надо посадить за первую парту. Каким числом способов это можно сделать? (Важно не только, кто сидит за партой, но и то, кто сидит справа, а кто слева).

34. Надо посадить трех человек по одну из двух сторон стола. Выбирать можно из восьми человек. Каким числом способов можно произвести выбор?

35. В течение недели человек идет в кино 6 раз. В день он ходит в кино не более одного раза, причем каждый раз он может выбрать один из двух фильмов. Сколько у него есть вариантов выбора на неделю?

36. Число последовательностей длины 13, составленных из нулей и единиц.

38. В классе 15 человек. Есть три билета в театр. Каким числом способов можно выбрать трех счастливчиков?

40. Два человека заказывают в ресторане обед. В меню 5 закусок, 6 основных блюд и 7 десертов. Они выбрали одинаковую закуску, но блюдо и десерт заказали независимо друг от друга. Сколько есть различных вариантов заказа?

42. Сколько есть шестизначных чисел, у которых первая цифра произвольна, а остальные нечетны?

44. Двадцатое число в последовательности чисел Фибоначчи (считая первые два числа единицами).

45. Сколькими способами можно выбрать четыре буквы из 14 возможных?

По вертикали

1. Шесть человек садится в поезд, состоящий из семи вагонов. Один из них никогда не садится ни в первый, ни в последний вагон, трое не хотят садиться в первый, а для остальных выбор вагона безразличен. Каким числом способов они могут разместиться в поезде?

2. В три различных дня недели надо выбрать по одному дежурному. Выбор есть из пяти человек, причем никто не должен дежурить дважды. Каким числом способов можно составить расписание дежурств на неделю?

3. Два ученика на экзамене тащат билеты. Всего есть 29 билетов. Сколько есть вариантов?

4. Имеется 13 видов конвертов и столько же видов марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для посылки письма?

5. Тренер должен выбрать волейбольную команду (6 игроков) из двенадцати кандидатов. При этом на роль капитана команды претендует только три человек (из 12). Каким числом способов тренер может выбрать команду, указав в ней капитана?

8. На одной полке 17 книг, а на другой 27. Каким числом способов можно выбрать по одной книге с каждой полки?

9. $\left[10^9\sqrt{2}\right]$.

10. Монета подбрасывается 9 раз. Сколько может быть разных последовательностей исходов?

11. Каждый из четырех человек выбирает в магазине одну из пяти книг, каждой из которых в магазине достаточно много экземпляров. Сколько вариантов выбора может при этом получиться?

12. $[10^9\varphi]$, где φ – «золотое число» $\left(\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$.

13. Ученик покупает в магазине ручку, тетрадь и карандаш. Каким числом способов он может это сделать, если в магазине есть 9 сортов тетрадей и по 7 сортов ручек и карандашей?

17. Сколько трехбуквенных слов можно составить из алфавита {а, б, в, г, д, е, и} при условии, что первые три буквы этого слова – гласные?

20. Сколько трехзначных чисел, меньших 320, можно составить с помощью цифр 1, 2, 3?

22. Каким числом способов можно взять три из шести различных карт?

23. Каким числом способов можно выбрать два свободных дня из семи дней недели?

25. В колоде осталось 22 карты. Последовательно вынимаются по одной три карты. Сколько таких последовательностей может получиться?

26. Учитель спрашивает у группы из пяти учеников, кто хочет пойти в театр. Каждый ученик дает свой ответ независимо от остальных. Сколько групп учеников, желающих пойти в театр, может получиться?

28. Сколько собственных делителей (то есть делителей, отличных от самого числа) имеет число 240?

29. Координаты точки на плоскости – натуральные числа, делящиеся на 9 и меньшие 100. Сколько есть таких точек?

30. В алфавите 13 согласных букв и 8 гласных. Сколько можно составить трехбуквенных слов, в которых первая буква – гласная, а две других – различные согласные?

31. Сколько можно составить двух и трехбуквенных слов из алфавита в 11 букв?

33. Сколько делителей имеет число $5 \cdot 6^{10}$?

37. На вокзале стоят три поезда, каждый из которых состоит из 5 вагонов. Пять человек приходят на вокзал, выбирают вместе один из поездов, а потом каждый из них

независимо от остальных выбирает себе вагон. Сколько может получиться вариантов размещения этих людей в поездах?

39. Из шести цифр от 1 до 6 составляется девятизначное число, шесть первых цифр которого различны, а остальные три произвольны. Сколько можно составить таких чисел?

41. Из четырехбуквенного алфавита составляются всевозможные двухбуквенные слова, а затем из них выбирается шесть различных слов. Сколькими способами это можно сделать?

42. Из десяти учеников половину нужно отправить на олимпиаду. Каким числом способов это можно сделать?

43. Ученику задают подряд 9 вопросов, на каждый из которых есть два возможных ответа – верно или неверно. Сколько последовательностей ответов может получиться?

КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТЫ

КТ-701 Корни квадратного трехчлена

Отметьте знаком «+» верные утверждения относительно корней уравнения $2x^2 - 5x + 2 = 0$ и знаком «–» неверные.

1	Уравнение имеет два положительных корня.	
2	Корни иррациональны.	
3	Квадраты корней рациональны.	
4	Произведение корней равно 2.	
5	Сумма корней равна 2,5.	
6	Корни взаимно обратны.	
7	Среднее арифметическое корней равно 2,5.	
8	Среднее геометрическое корней иррационально.	
9	Сумма отношений корней равна сумме квадратов корней.	
10	Если корни данного уравнения уменьшить в 2 раза, то полученные числа будут являться корнями квадратного уравнения, коэффициенты которого в 2 раза меньше коэффициентов данного.	

КТ-702 Биквадратное уравнение

Не решая уравнение, определите число его вещественных корней.

№	Уравнение	Нет корней	Один корень	Два корня	Три корня	Четыре корня
1	$x^4 - 5x^2 - 15 = 0$					
2	$x^4 + 5x^2 - 7 = 0$					
3	$x^4 + 5x^2 = 0$					
4	$x^4 - 3x^2 = 0$					
5	$x^4 + 4x^2 + 2 = 0$					
6	$x^4 + 6x^2 + 3 = 0$					
7	$x^4 + 6x^2 + 9 = 0$					

№	Уравнение	Нет корней	Один корень	Два корня	Три корня	Четыре корня
8	$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$					

КТ-703 Корни квадратного трехчлена

Ответьте на вопросы, выбирая единственный ответ из предложенных. Результаты занесите в таблицу.

1. Сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 5x - 7 = 0$ равна

а) 25 б) 11 в) 53 г) 39

2. Сколько из написанных трехчленов не раскладывается на множители с целыми коэффициентами?

$x^2 + 2x + 2$; $x^2 + 4x + 4$; $x^2 + 8x - 9$; $x^2 + 8x - 10$

а) 3 б) 2 в) 1 г) 0

3. Укажите все значения a, при которых уравнение $x^2 + (a - 1)x + a - 2 = 0$ имеет два корня разных знаков, причем больший по модулю корень отрицателен.

а) $a < 2$ б) $a > 1$ в) $1 < a < 2$ г) $a < 1$

4. Об уравнении $x^2 + ax - 6 = 0$ ученик сделал следующие высказывания:

1) оно имеет два корня при любом a

2) его корни разных знаков

3) оно не может иметь корень $x = 5$ ни при каком целом a

4) любое число x, кроме нуля, может быть его корнем при некотором a.

Сколько из этих утверждений верно?

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4

5. При каких целых p и q число $x = 2 + \sqrt{3}$ является корнем квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$?

а) $p = 4$; $q = 1$ б) $p = -4$; $q = 1$ в) $p = -4$; $q = -1$ г) $p = 4$; $q = -1$

№ вопроса	Ответы			
	а)	б)	в)	г)
1				
2				
3				
4				
5				