Открытый урок по теме: «Теорема, обратная теореме Пифагора».

Цель: *«Организация деятельности учащихся, направленной на самостоятельное открытие нового знания, развитие способности к умственному эксперименту, развитие умений учебно-познавательной деятельности, формирование механизмов мышления характерных для математической деятельности».*

Задачи: *«Формирование интереса к предмету, мотивации обучения, развитие наблюдательности, умения анализировать и делать выводы, умения организовать свою деятельность, быть объективным в ее оценке; подвести учащихся к самостоятельному формулированию теоремы, показать значимость прямой и обратной теоремы Пифагора для математики, показать практическое применение доказанной теоремы при решении задач».*

Ожидаемые результаты. *В направлении **личностного** развития – умение организовать свою учебно-познавательную деятельность. В **метапредметном** – формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры. В **предметном** – овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения обучения.*

Учебные материалы урока. Учебник «Геометрия», 7-9 классы, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев и др. – 15-е изд. – М.:"Просвещение", 2008.

Раздаточные материалы: листы для выполнения практической работы на каждого ученика, оценочные листы (на каждый ряд), таблицы для подведения итогов урока (на каждый ряд).

Техническое оснащение: компьютер, презентация к уроку.

План урока.

1. Организационный момент. Постановка целей и задач урока. – 2 минуты.
2. Актуализация опорных знаний. Практическая работа. – 7 минут.
3. Постановка проблемы. – 2 минуты.
4. Доказательство теоремы, обратной теореме Пифагора. – 7 минут.
5. Первичное применение полученных знаний при решении задач. – 8 минут.
6. Расширение кругозора учащихся. – 2 минуты
7. Домашнее задание. Рефлексия. Подведение итогов. – 2 минуты.

Организационный момент. Постановка целей и задач урока. – 2 минуты.

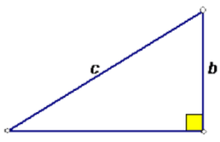
Приветствие учащихся. В каждом ряду назначается или выбирается помощник (1 ученик). **Оценочные листы** раздаются помощникам. РМ:

ФИ ученика	Количество баллов набранных за урок	Итого баллов	Оценка за урок

Актуализация опорных знаний. Практическая работа. – 7 минут.

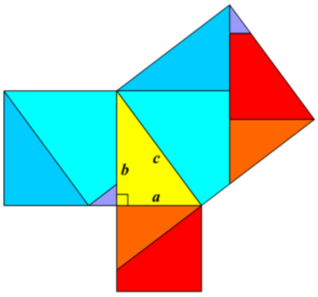
Повторяем знания о теореме Пифагора.

ВАР1: В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов его катетов.

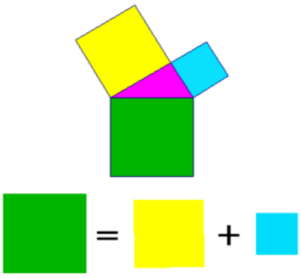


$$c^2 = a^2 + b^2$$

ВАР2: В прямоугольном треугольнике квадрат, построенный на гипотенузе, равновелик сумме квадратов, построенных на его катетах.



ВАР3: **В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.**



Учащиеся рассказывают о Пифагоре, вспоминают формулировки теоремы.

Структура теоремы. Выделяем условие и заключение в формулировке.

Практическая работа.

РМ: листы формат А5. Задание: построить треугольник с помощью циркуля и линейки по трем заданным сторонам и, с помощью транспортира, измерить больший угол.

РМ: таблица квадратов двузначных чисел.

Постановка проблемы. – 2 минуты.

Вопросы: Назовите результаты своих измерений, какой у вас получился треугольник, определите его вид, обоснуйте ответ. Треугольники у всех расположены по-разному, длины сторон разные, а результаты измерений большего угла у всех треугольников получились примерно одинаковые (примерно 90º). Какое можно сделать предположение о видах построенных вами треугольников? Как подтвердить наше предположение? В каком случае треугольник будет прямоугольным; от чего это зависит? (зависит от длины сторон треугольника). Какое условие должно выполняться? ($с^2 = а^2 + в^2$). Давайте попробуем сформулировать установленный практическим путем факт.

Назовите формулировку теоремы Пифагора и сравните ее с нашим утверждением. Как изменилась структура формулировки? Что произошло с условием и заключением?

Вывод: мы сформулировали теорему, обратную теореме Пифагора.

Вопрос: всегда ли обратная теорема верна?

Устная работа: формулируем утверждение, обратное данному, определяем: верно ли обратное утверждение или нет?

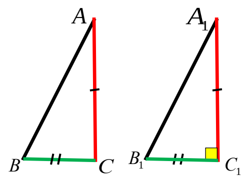
Задание: сформулируйте утверждение обратное предложенному и определите его истинность.

1. Если углы вертикальные, то они равны.
2. Если четырехугольник является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны.
3. Если при пересечении двух прямых секущей, накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
4. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов его катетов.

Доказательство теоремы, обратной теореме Пифагора. – 7 минут.

Доказательство теоремы. Записываем тему урока, читаем в учебнике доказательство и заполняем таблицу в тетради. Проверка по эталону на доске.

РМ: вклеиваем в тетрадь таблицу для доказательства.

<table>
<tr><td></td><td>Дано:
Доказать: Доказательство.
Действие:</td></tr>
<tr><td>Шаги доказательства</td><td>Обоснование (почему?).</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Что и требовалось доказать.</td></tr>
</table>

Пифагоровы треугольники.

Особенностью такого треугольника является то, что все три стороны треугольника могут быть выражены целыми числами, например 3, 4 и 5, или 6, 8 и 10. Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.

Название треугольнику с таким отношением сторон дали эллины: в VII - V веках до н. э. греческие философы и общественные деятели активно посещали Египет. Так, например, Пифагор в 535 до н. э. по настоянию Фалеса для изучения астрономии и математики отправился в Египет — и, судя по всему, именно попытка обобщения отношения квадратов, характерного для египетского треугольника, на любые прямоугольные треугольники и привела Пифагора к доказательству знаменитой теоремы.

Для построения прямого угла использовался шнур или верёвка, разделённая отметками на 12 частей. Треугольник, построенный натяжением такого шнура, с весьма высокой точностью оказывался прямоугольным, а сами шнуры являлись направляющими для кладки прямого угла сооружения.

По теореме Пифагора:

$\mathbf{3^2+4^2=5^2.}$

Понятно, что при умножении всех трёх чисел на натуральное число n, будет также выполняться равенство:

$\mathbf{(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2}$

Тогда математики решили называть такие и подобные им числа Пифагоровыми тройками. Строгое определение:

Пифагорова тройка - три натуральных числа, удовлетворяющих соотношению Пифагора (теореме).

Тройки, в которых все три числа являются взаимно простыми числами, называют примитивными Пифагоровыми тройками. Например, тройка 3, 4, 5 - примитивная, а 9, 12, 15 - не примитивная, т.к. НОД (Наибольший Общий Делитель) этих чисел отличается от единицы и в данном случае равен 3. Тогда числа можно сократить на 3 и получить примитивную Пифагорову тройку 3, 4, 5. Если стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5, то этот треугольник прямоугольный, а если равны этим числам, то его называют египетским. Этот факт использовался египтянами для построения на местности прямых углов – ведь оптических измерительных приборов тогда еще не было, а для строительства домов, дворцов и тем более гигантских пирамид надо было уметь строить прямые углы. **Таким образом, безошибочность построения прямых углов следует из теоремы, обратной к теореме Пифагора**: $3^2 + 4^2 = 5^2$. Иначе говоря, числа 3, 4, 5 – корни уравнения $x^2 + y^2 = z^2$. Сразу же возникает вопрос: нет ли у этого уравнения других целочисленных решений? Прямоугольными являются также треугольники со сторонами (5, 12, 13); (8, 15, 17); (7, 24, 25), что соответствует теореме, обратной к теореме Пифагора: $13^2 = 5^2 + 12^2$; $17^2 = 15^2 + 8^2$; $25^2 = 24^2 + 7^2$.

Прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами, называются пифагоровыми треугольниками. Можно сказать, что катеты a, b и гипотенуза c таких треугольников выражаются формулами: $a = 2mn$, $b = m^2 - n^2$, $c = m^2 + n^2$, где m и n – любые натуральные числа, такие, что $m>n$.

Пару слов о Пифагоровых тройках

Этот вопрос мало или вообще не изучается в школьной программе. А между тем он является очень интересным и имеет большое значение в геометрии. Пифагоровы тройки применяются для решения многих математических задач. Представление о них может пригодиться вам в дальнейшем образовании.

Пифагоровы тройки могут быть:

- примитивными (все три числа – взаимно простые);
- не примитивными (если каждое число тройки умножить на одно и то же число, получится новая тройка, которая не является примитивной).

Еще до нашей эры древних египтян завораживала мания чисел Пифагоровых троек: в задачах они рассматривали прямоугольный треугольник со сторонами 3,4 и 5 единиц. К слову, любой треугольник, стороны которого равны числам из пифагоровой тройки, по умолчанию является прямоугольным.

Примеры Пифагоровых троек: (3, 4, 5), (6, 8, 10), (5, 12, 13), (9, 12, 15), (8, 15, 17), (12, 16, 20), (15, 20, 25), (7, 24, 25), (10, 24, 26), (20, 21, 29), (18, 24, 30), (10, 30, 34), (21, 28, 35), (12, 35, 37), (15, 36, 39), (24, 32, 40), (9, 40, 41), (27, 35, 45), (14, 48, 50), (30, 40, 50) и т.д.

m n	1	2	3	4	5	6
1	-	3, 4, 5	6, 8, 10	8, 15, 17	10, 24, 26	12, 35, 37
2	-	-	5, 12, 13	16, 12, 20	20, 21, 29	24, 32, 40
3	-	-	-	7, 24, 25	16, 30, 34	27, 36, 45
4	-	-	-	-	9, 40, 41	20, 48, 52
5	-	-	-	-	-	11, 60, 61
6	-	-	-	-	-	-

Решение задач

Первичное применение полученных знаний при решении задач на готовых чертежах, направленных на определение какой теоремой нужно воспользоваться прямой или обратной, в простых ситуациях и в ситуациях, когда нужно применить новые знания вместе с изученными ранее фактами.

Домашнее задание, подведение итогов урока.

Обязательная часть: п. 55 стр.131, вопросы 9, 10 стр. 134

№ 498 (а, б, в) 499 (а); из рабочей тетради № 49.

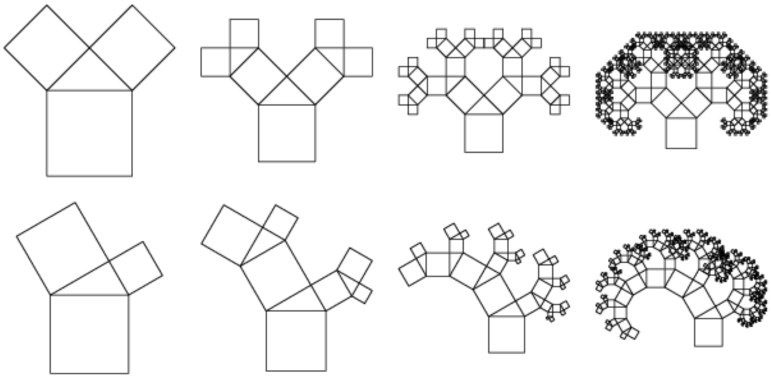
Дополнительная задача.

Найдите площадь трапеции с основаниями 3 см и 7 см и диагоналями 6 см и 8 см.

Творческая часть:

Интересно: дерево Пифагора. Вопрос: Чему равна сумма площадей квадратов на каждом уровне, если площадь самого большого квадрата равна единице?

1. Найдите площадь дерева Пифагора, если площадь большего квадрата равна 1, и оно состоит из 8 уровней.



2. Являются ли пифагоровыми треугольниками треугольники:

а) с гипотенузой 25 и катетом 15;

б) с катетами 5 и 4?

Как уже было сказано выше, древние египтяне более 2000 лет тому назад практически пользовались свойствами треугольника со сторонами 3, 4, 5 для построения прямого угла, т. е. фактически применяли теорему, обратную теореме Пифагора.

Рефлексия.

Карточка **зеленого** цвета обозначает: *«Я удовлетворен уроком, я понимал все, о чем говорилось и что делалось на уроке».*

Карточка **желтого** цвета обозначает: *«Урок был интересен, я сумел самостоятельно выполнить ряд заданий, мне было на уроке достаточно комфортно, но мне не все еще понятно».*

Карточка **красного** цвета обозначает: *«Пользы от урока я получил мало, я не очень понимал, о чем идет речь, мне это не очень нужно».*