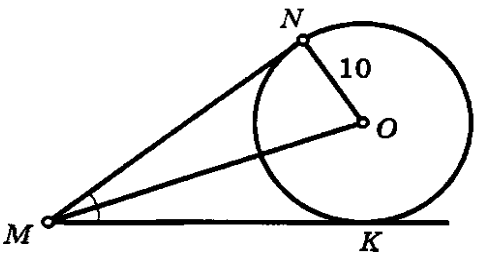
1 $\angle NMK = 60°$, MO — ?



Решение.

$ON \perp MN, MO$ – *биссектриса*,

$\angle NMO = 30^\circ, \Delta MNO$ – *прямоугольный*,

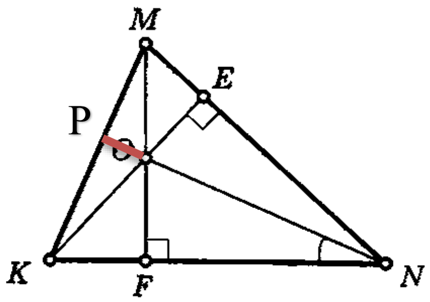
MO – *гипотенуза*,

ON – *катет против угла в* 30°

$MO = 2ON = 20.$

Ответ: 20.

2 $\angle MKN = 66°$, $\angle FNO$ — ?



Решение.

$KE \perp MN, MF \perp KN$

O – *точка пересечения высот треугольника*,

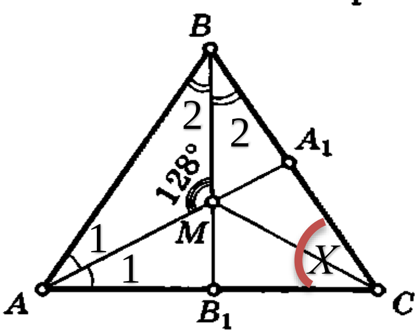
NO – *высота, продлим ее до пересечения с* MK.

ΔKPN – *прямоугольный* ($\angle KPN = 90^\circ$)

$\angle FNO = 90^\circ - 66^\circ = 24$ (*свойство прямоугольного треугольника*).

Ответ: 24°

3 $\angle MCB_1$ — ?



Решение.

М – точка пересечения биссектрис ΔABC.

$\Delta AMB: \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$

$\Delta ABC: 2 \cdot \angle 1 + 2 \cdot \angle 2 + X = 180^\circ$

$2(\angle 1 + \angle 2) + X = 180^\circ$

$2 \cdot 52^\circ + X = 180^\circ$

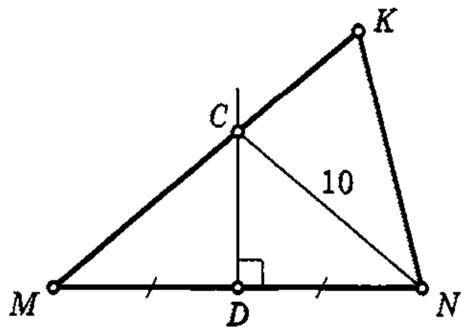
$X = 76^\circ, \angle A_1CB_1 = 76^\circ$

CM – биссектриса $\angle ACB$

$\angle MCB_1 = 76^\circ : 2 = 38^\circ$.

Ответ: 38°

4 $MK = 17$, CK — ?



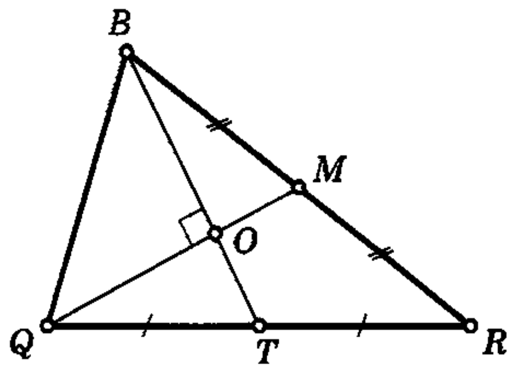
Решение.

ΔMCN - равнобедренный, т.к. CD - высота и медиана.

MC=CN=10, CK=MK – MC=7.

Ответ: 7

5 $QM = 9$, $BT = 12$, $S_{\Delta BOQ}$ — ?



Решение.

О – точка пересечения медиан, так как BM=MR (QM – медиана);

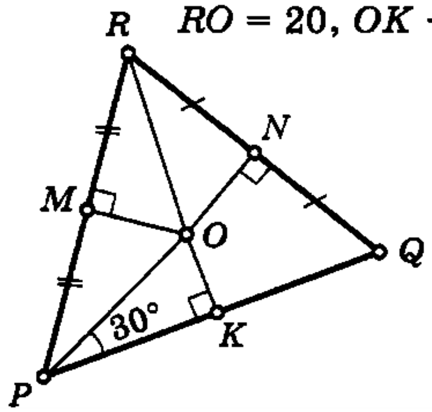
QT=TR (BT – медиана). $BO = \frac{2}{3}BT = 8, QO = \frac{2}{3}QM = 6.$

$BT \perp QM$, ΔBOQ – прямоугольный.

$S_{\Delta BOQ} = \frac{1}{2}BO \cdot QO = 24.$

Ответ: 24.

6 $RO = 20,\ OK$ — ?



Решение.

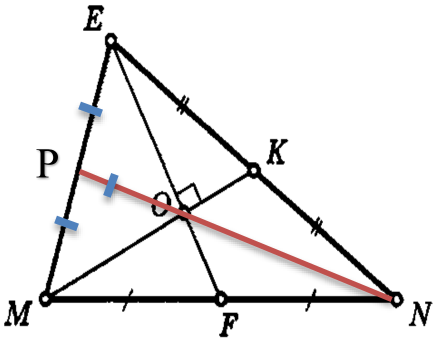
О – точка пересечения медиан.

$\Delta POM = \Delta RMO$ (по двум катетам, OM – общий катет, $PM=MR$).

$PO=RO=20,\ OK = \frac{1}{2}PO = 10.$

Ответ: *10.*

7 $EF = 18,\ MK = 15,\ ON$ — ?



Решение.

О – точка пересечения медиан. Проведем медиану NP. ΔMOE прямоугольный ME - гипотенуза, OP=MP=PE.

OE=12, OM=10 (свойство медиан треугольников). По теореме Пифагора

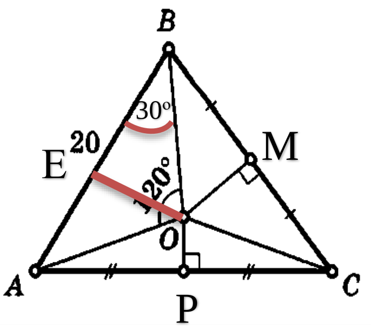
$\mathrm{ME}^2 = \mathrm{MO}^2 + \mathrm{OE}^2,\ \mathrm{ME} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}.$

$\mathrm{MP} = \mathrm{PE} = \mathrm{OP} = \sqrt{61},$

а $ON = 2\sqrt{61}$ (свойство медиан).

Ответ: $2\sqrt{61}$

8 OC — ?



Решение.

О – точка пересечения медиан.

OP – медиана и высота ΔAOC, следовательно ΔAOC – р/б.

AO=OC. OM – медиана и высота ΔBOC, следовательно ΔBOC – р/б.

OC=OB, следовательно AO=OC=OB и ΔAOB – р/б. $\angle BAO = \angle ABO = 30^\circ$, проведем высоту OE в ΔAOB. OE – высота и медиана, поэтому BE=10 и ΔAOE прямоугольный.

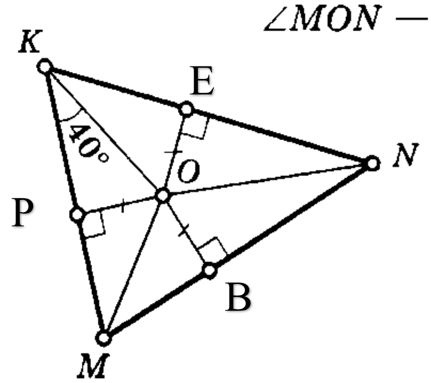
Пусть OE=x, тогда BO=2x ($\angle ABO = 30^\circ$)

По теореме Пифагора $(2\mathrm{x})^2 = \mathrm{x}^2 + 10^2$.

$\mathrm{x} = \mathrm{OE} = \frac{10}{\sqrt{3}}$, следовательно $\mathrm{AO} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \frac{20}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $\mathrm{OC} = \frac{20}{\sqrt{3}}$

9 $\angle MON$ — ?



Решение.

$\Delta\mathrm{PKO} = \Delta\mathrm{KOE}$ (по катету и общей гипотенузе). $\angle PKO = \angle OKE = 40^\circ$.

$\angle POK = \angle KOE = 50^\circ$

Сумма углов в четырехугольнике PKEO равна 360°.