

Способы решения систем уравнений

3. Метод сложения

$$+ \begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 8. \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 6, \\ x = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6 - 7, \\ x = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x = 7. \end{cases}$$

$$\underline{x} + \underline{x} + \cancel{y} + (\cancel{-y}) = 6 + 8$$

Ответ: (7; -1)

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$+ \begin{cases} 3x + y = 14, \\ 5x - y = 10. \end{cases}$$

$$\underline{3x} + \underline{5x} + \cancel{y} + (\cancel{-y}) = 14 + 10$$

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 3 + y = 14, \\ x = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} 9 + y = 14, \\ x = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 14 - 9, \\ x = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 5)

Алгоритм наших действий

1. Находим переменную с одинаковыми коэффициентами, но разными знаками.
2. Выполняем сложение уравнений.
3. Вычеркиваем переменные с одинаковыми коэффициентами и разными знаками и решаем уравнение.
4. Подставляем найденное значение переменной в любое уравнение системы.

$$+ \begin{cases} -6x + y = 16, \\ 6x + 4y = 34. \end{cases}$$

$$-\cancel{6x} + \cancel{6x} + \underline{y} + \underline{4y} = 16 + 34$$

$$5y = 50$$

$$y = 10$$

$$\begin{cases} -6x + 10 = 16, \\ y = 10. \end{cases} \quad \begin{cases} -6x = 6, \\ y = 10. \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1, \\ y = 10. \end{cases}$$

Ответ: $(-1; 10)$

$$\begin{cases} 7x - 5y = 29, & | \cdot (-1) \\ 7x + 8y = -10. \end{cases} + \begin{cases} -7x + 5y = -29, \\ 7x + 8y = -10. \end{cases}$$

$$-7x + 7x + 5y + 8y = -29 + (-10)$$

$$\begin{cases} 7x - 5 \cdot (-3) = 29, \\ y = -3. \end{cases}$$

$$13y = -39$$

$$y = -3$$

$$\begin{cases} 7x + 15 = 29, \\ y = -3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = 29 - 15, \\ y = -3. \end{cases} \begin{cases} 7x = 14, \\ y = -3. \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = -3. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; -3)$$

$$\begin{cases} x - 3y = 5, & | \cdot 3 \\ 4x + 9y = 41. \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 3x - 9y = 15, \\ 4x + 9y = 41. \end{cases}$$

$$\underline{3x} + \underline{4x} - \cancel{9y} + \cancel{9y} = 15 + 41$$

$$7x = 56$$

$$x = 8$$

$$\begin{cases} 8 - 3y = 5, \\ x = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 - 5 = 3y, \\ x = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 3, & \begin{cases} y = 1, \\ x = 8. \end{cases} \\ x = 8. & \begin{cases} x = 8. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: (8; 1)

$$\begin{cases} 3x + 8y = 13, & | \cdot (-2) \\ 2x - 3y = 17. & | \cdot 3 \end{cases} + \begin{cases} -6x - 16y = -26, \\ 6x - 9y = 51. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1, & -\cancel{6x} + \cancel{6x} - \underline{16y} - \underline{9y} = -26 + 51 \\ 2x - 3 \cdot (-1) = 17. & -25y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1, \\ 2x = 14. \end{cases} \qquad y = -1$$

$$\begin{cases} y = -1, \\ x = 7. \end{cases}$$

Ответ: (7; -1)

Решение задач, с помощью систем уравнений

Задача 1. Найдите два числа, если сумма их равна 63, а разность равна 19 (№ 1078 из учебника)

Решение.

Пусть x – первое число, y – второе число, зная их сумму и разность составляем систему уравнений:

$$+ \begin{cases} x + y = 63, \\ x - y = 19. \end{cases} \quad \begin{cases} 41 + y = 63, \\ x = 41. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 63 - 41, \\ x = 41. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 22, \\ x = 41. \end{cases}$$

$$2x = 82,$$
$$x = 41.$$

Ответ: числа 41 и 22.

Задача 2. Из рассказа А.П. Чехова «Репетитор»

Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 р.

Спрашивается, сколько аршин он купил того и другого, если синее стоило 5 р. за аршин, а чёрное 3р.? (№ 1080 из учебника)

Решение.

Пусть купец купил x аршин – черного сукна и y аршин – синего сукна. Тогда $5x$ р. – стоимость черного сукна и $3y$ р. – стоимость синего.

Зная, что всего купили 138 аршин и заплатили за все сукно 540 р., составляем систему двух уравнений.

$$\begin{cases} x + y = 138, \\ 5x + 3y = 540. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 138, \\ 5x + 3y = 540. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 138 - x, \\ 5x + 3y = 540. \end{cases}$$

$$5x + 3(138 - x) = 540$$

$$5x + 414 - 3x = 540$$

$$2x = 540 - 414$$

$$2x = 126$$

$$x = 63$$

$$\begin{cases} 63 + y = 138, \\ x = 63. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 138 - 63, \\ x = 63. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 75, \\ x = 63. \end{cases}$$

Ответ: 63 аршина черного сукна и 75 аршин синего.

Задача 3. За 11 тетрадей и 8 ручек заплатили 309 р. Сколько стоит 1 тетрадь и сколько стоит 1 ручка, если 5 тетрадей дороже чем 4 ручки на 3 р.? (№1087 из учебника)

Решение.

Пусть x р. – стоит 1 тетрадь и y р. – стоит 1 ручка.

Тогда $11x$ р. – заплатили за тетради и $8y$ р. – заплатили за ручки.

Зная, что вся покупка стоит 309 р. составляем уравнение:

$$11x + 8y = 309$$

$5x$ р. – стоят 5 тетрадей, $4y$ р. – стоят 4 ручки, зная, что 5 тетрадей дороже 4 ручек на 3 р., составляем уравнение:

$$5x - 4y = 3$$

$$\begin{cases} 11x + 8y = 309, \\ 5x - 4y = 3. \end{cases} \quad | \cdot 2 \quad + \quad \begin{cases} 11x + 8y = 309, \\ 10x - 8y = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15, \\ 5 \cdot 15 - 4y = 3. \end{cases} \qquad \begin{cases} 21x = 315, \\ x = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15, \\ 75 - 3 = 4y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15, \\ 4y = 72. \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 15, \\ y = 18. \end{cases}$$

Ответ: 15 р. стоит 1 тетрадь и 18 р. стоит 1 ручка.