

Методическая разработка урока алгебры в 7 классе.

Тема: «Понятие функции».

Цели урока:

1) В направлении личностного развития: воспитание качеств личности, обеспечивающих культуру речи, патриотизм и уважение к Отечеству, социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения, развитие способности к умственному эксперименту, необходимой для адаптации в современном информационном обществе.

2) В метапредметном направлении: развитие мотивов и интересов познавательной деятельности учащихся; формирование умения планировать маршруты достижения цели, навыков самоконтроля и самооценки, умений устанавливать аналогии в понятиях, явлениях и действиях; классифицировать и обобщать.

3) В предметном направлении: овладение основными функциональными понятиями; формирование представлений о математике как о методе познания окружающей действительности, как об универсальном языке науки, умений чётко и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии.

Задачи урока:

1) В направлении личностного развития. Показать учащимся взаимосвязь реальных жизненных ситуаций с современными науками, в том числе с математикой. Развивать коммуникативную компетентность учащихся в процессе общения в группе, при организации сотрудничества как со сверстниками, так и с учителем. Учить объективной оценке как своей деятельности, так и других. Показать тесную связь обучения с непосредственными жизненными потребностями, интересами и социокультурным опытом учащихся.

2) В метапредметном направлении. Добиться в каждый момент урока у ученика понимания того, какими способами он достиг нового знания и какими способами ему нужно овладеть, чтобы узнать то, чего он еще не знает. Учить сравнивать, анализировать, обобщать, выделять существенное, выдвигать гипотезу и подтверждать или опровергать ее. Показать возможность применения новых знаний для исследования различных процессов как в окружающем нас мире, так и в других науках, акцентируя внимание на том, что новые знания важны и актуальны. Показать возможность применения на уроках математики знаний, полученных в других предметных областях.

3) В предметном направлении. Ввести понятие функции, независимой и зависимой переменных, понятие однозначности. Научить выделять существенные

признаки нового знания, использовать полученные знания при анализе конкретных ситуаций. Ввести новую математическую символику и научить учащихся пользоваться ей при описании математических моделей и решения алгебраических задач.

Учебные материалы урока. Учебник: Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вента-Граф, 2015г.

Раздаточные материалы: листы с оформленным домашним заданием у каждого ученика [1], опорные карточки на каждого ученика [2], карточки с задачами оформленные на группу [3], оценочные листы на каждого ученика [4]. **Техническое оснащение:** компьютер, интерактивная доска, презентация к уроку.

План урока.

1. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности. – 2 минуты.
2. Проверка домашнего задания – 3 минуты.
3. Актуализация опорных знаний. Открытие нового знания. Формулирование темы урока. – 10 минут.
4. Введение новой математической символики. Первичное применение нового знания. – 10 минут.
5. Проблемная ситуация. Мотивация к дальнейшему изучению нового знания. – 10 минут.
6. Подведение итогов. Составление плана по дальнейшему изучению нового понятия. Рефлексия. Домашнее задание. – 10 минут.

Описание основных этапов урока.

1. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности. 2 минуты.

Цель: включение учащихся в деятельность на личностно-значимом уровне. «Хочу, потому что могу».

Подробное описание деятельности учителя и учеников. На доске выписаны операторы для постановки вопросов: «КТО? ЧТО? ЗАЧЕМ? КАК? ЧЕМ? КАКИЕ? КОГДА?», создающие интригующее начало урока и неподдельный интерес учеников. Деятельность учеников: включение в деловой ритм, должна возникнуть положительная эмоциональная направленность. Деятельность учителя: устное сообщение. Сообщение учитель произносит доброжелательным тоном и начинается с приветствия. Далее ученикам сообщается, что сегодня на уроке мы будем исследовать процессы в окружающем нас мире, а умение задавать вопросы необходимо для любого исследователя, поэтому в конце урока, подводя итоги, мы будем формулировать и отвечать на вопросы.

Учитель. Многие науки исследуют процессы в которых присутствуют переменные величины, и математика, как царица всех наук, изучая их находит связи между переменными. Часто, если не ежедневно, мы слышим прогноз погоды. Какими величинами характеризуется погода за окном? Меняются эти величины или нет? От чего это зависит?

Ученики. Погода за окном характеризуется температурой, атмосферным давлением, направлением ветра и т.д. Величины меняются в зависимости от времени года, времени суток.

Учитель просит привести примеры процессов, в которых величины меняют свое значение, и ученики отвечают: «Движение автомобиля с разной скоростью, рост человека, стоимость покупки и т.д.». Обсуждается один из примеров, учитель задает вопросы: «Какими величинами характеризуется этот процесс? Как величины меняются? От чего это зависит?» В ходе беседы выясняется, что стоимость покупки характеризуется ценой единицы товара, количеством денег у покупателя, количеством возможных единиц товара для покупки.

2. Проверка домашнего задания. Цель: повторение изученного материала в курсах математики 5-6 классов УМК А.Г. Мерзляка, которые носят функциональный пропедевтический характер.

Подробное описание деятельности учителя и учеников. При проверке домашнего задания класс делится на 4 группы (по количеству домашних задач), в каждой группе учитель назначает консультантов, которые будут координировать действия всех членов группы. Домашнее задание [1] было оформлено на листах формата А4 на каждого ученика.

Задача 1. В цистерне было 740 л воды. Каждый час из нее вытекает 20 л. Составьте формулу для вычисления объема воды, которая осталась в цистерне через t часов, обозначив объем оставшейся воды $V(t)$ (читается «в» от «т»). Вычислите этот объем, если $t=2$; $t=6$; $t=10$. В какой момент времени в цистерне не останется воды? Данные вычислений занесите в таблицу.

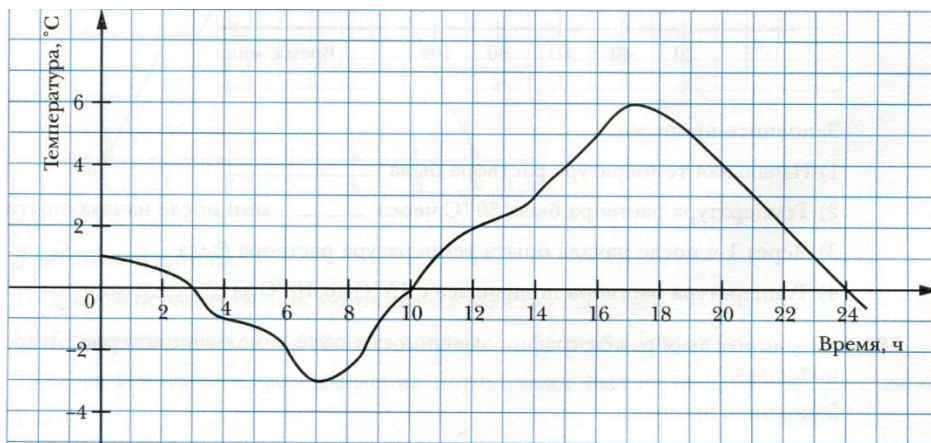
Задача 2. В романе Жюль Верна «Дети капитана Гранта» читаем: «Погода стояла прекрасная, не слишком жаркая... Роберт узнал, что средняя годовая температура в провинции Виктория $+74^\circ$ по Фаренгейту». Сколько же это будет в привычных для нас градусах Цельсия? Формула для вычисления температуры в градусах Цельсия по температуре в градусах Фаренгейту выглядит так:

$F = 32^{\circ} + 1,8 \cdot t$. Используя формулу заполните таблицу.

$t^{\circ} C$	25	23	10	0	
F°					

В пустых клетках таблицы придумайте свое значение $t^{\circ} C$ и найдите соответствующее ему значение F° по заданной формуле.

Задача 3. На рисунке изображен график изменения температуры воздуха на протяжении суток.



Используя график определите какой температура воздуха была в 4 ч, в 10 ч, в 14 ч, в 22 ч. Оформите решение задачи в виде таблицы.

Задача 4. Вычислите значение y по формуле $y=2x-13$, если $x=5$; $x=-3$; $x=9$; $x=0$; $x=21$. Данные занесите в таблицу. В пустых клетках таблицы придумайте свое значение x и найдите соответствующее ему значение y по заданной формуле.

Учащиеся по группам проверяют домашнее задание, сверяют решения и если есть ошибки исправляют их, если возникают споры, то консультант обращается к учителю. После проверки консультанты сообщают о результатах: «Все проверено ошибок нет или все найденные ошибки исправлены»

3. Актуализация опорных знаний. Открытие нового знания. Формулирование темы урока. Цель: опираясь на опыт, накопленный учениками в 5-6 классах, выделяя существенные признаки нового понятия, подвести их открытию нового знания и формулировке темы урока.

Подробное описание деятельности учителя и учеников. Обсуждение домашних задач. Учитель спрашивает: «О каких изменениях говорится в первой задаче? Назовите переменные величины. Какую из них величину мы вычисляем по формуле?» Поставленные вопросы не вызывают затруднений у учащихся, и они сообщают о том,

что в первой задаче говорится об изменении объема воды в цистерне, переменные величины время и оставшийся объем жидкости, который вычисляется по формуле.

Учитель просит придумать свое значение времени, подставить в формулу и найти соответствующее значение оставшейся жидкости. Полученные результаты ученики заносят в пустые клетки таблицы к задаче. Далее несколько учащихся называют свои значения, а учитель уточняет: «Формула которую вы составили для решения задачи является **правилом** по которому мы можем найти любое значение переменной $V(t)$, зная значение **независимой** переменной t . Как вы думаете, почему я назвала t независимой переменной?» Ученики догадываются, что она независимая, потому что может принимать любое значение, которое мы ей присваиваем.

Учитель просит вспомнить слова антонимы и назвать антоним к слову «независимая» - так появляется термин «зависимая», учитель сообщает, что переменная $V(t)$ называется зависимой переменной и подчеркивает, **что в этой задаче формула задает правило, с помощью которого по значению независимой переменной можно однозначно (или единственным образом) найти значение зависимой переменной** (этот текст проектируются на интерактивной доске). Далее учитель просит выделить в услышанном тексте главное, существенное и записать ключевые слова на листах с домашним заданием [1] (на которых заранее выделено место для примечаний и уточнений). Учащиеся выписывают без затруднений новые понятия: правило (формула), независимая переменная, зависимая переменная, однако не всем понятен незнакомый для них термин однозначность, поэтому учитель должен обратить внимание учеников на то, что по формуле и независимой переменной мы получаем **единственное** значение зависимой переменной, и в этом заключается смысл однозначности.

Обсуждая вторую задачу учитель просит назвать независимую переменную, правило (формулу) по которому можно найти соответствующее ей единственное значение зависимой переменной, зависимую переменную. Просит учеников самостоятельно сформулировать вывод.

В третьей задаче на графике показана зависимость температуры воздуха T (температуры) от величины t (времени). При ее обсуждении следует уделить внимание правилу (оно не задано формулой, поэтому для учеников неявно) по которому был построен график. Исходя из личного опыта (в курсе математики 6 класса им приходилось уже строить графики, и они знают порядок действий), ученики находят

правило (перечисляют порядок своих действий): измеряем температуру в определенный момент времени, отмечаем соответствующую точку на графике.

Ученики замечают, что в четвертой задаче формула никак не связана с реальной ситуацией, учитывая, что уже отработан аппарат построения математической модели, учитель задает вопрос: «А можем ли мы придумать задачу, которая будет решаться по заданной формуле?», ученики соглашаются. На данном этапе урока нет необходимости требовать придумать задачу, это задание нужно отнести к творческой части домашнего задания.

Учитель обращается к ученикам: «Задачи, которые мы рассмотрели, описывают различные математические модели, но что-то общее в них все-таки есть, подумайте и назовите, что?»

Поскольку после обсуждения каждой задачи ключевые термины были обозначены не только в устной форме, но и зафиксированы на листах, то на поставленный вопрос ученики быстро отвечают: правило, независимая переменная, зависимая переменная, однозначность.

Учитель сообщает ученикам о том, что в математике правило, **с помощью которого по значению независимой переменной можно однозначно (или единственным образом) найти значение зависимой переменной – называют функцией**, а соответствующую зависимость одной переменной от другой – **функциональной**. Далее ученики без затруднений самостоятельно формулируют тему урока: «Функция. Понятие функции. Функциональная зависимость». После этого тема урока записывается на доске и в тетрадях учеников. Учитель просит учащихся самостоятельно записать суть понятия функции в тетради, несколько учеников зачитывают свои формулировки, учитель при необходимости уточняет и корректирует, а консультанты проверяют у каждого ученика в своей группе правильность формулировки.

В заключение этого этапа урока учитель сообщает ученикам, что впервые термин «функция» употребил немецкий математик Лейбниц в 1673 (от латинского *functio* — совершение, выполнение), а первое определение функции была дано в 1718 году швейцарским математиком И. Бернулли. Позже, в 1748 году, великий ученый, академик Петербургской академии наук Л. Эйлер уточнил это определение. Сегодня на уроке мы не будем углубляться в историю возникновения понятия функции, но эта информация может стать темой для вашей исследовательской работы.

4. Введение новой математической символики. Первичное применение нового знания. Цель: научить учащихся среди исследуемых зависимостей выделять функциональные, с проговариванием вслух их существенных характеристик. Грамотно использовать математическую символику, связанную с обозначением и описанием основных свойств функций.

Подробное описание деятельности учителя и учеников. Ученикам раздаются опорные карточки [2]. Учитель предлагает учащимся самостоятельно изучить новую математическую символику, обсуждая увиденное в группах. Для того чтобы направить деятельность учеников, учитель предлагает им ответить на вопросы: «Что я вижу? Как обозначена независимая переменная? Как обозначена зависимая переменная? и т.д.» Ученики работают в группах обсуждают новую символику, замечают, что они уже сталкивались с обозначением функции, когда решали первую домашнюю задачу. Если возникают вопросы, консультанты их задают учителю. Учитель обращает внимание учеников, что в скобках записывается независимая переменная, а в некоторых случаях и зависимую переменную и правило по которому она находится называют «функцией».

Комментированное выполнение заданий: в тетрадях ученики записывают первую и вторую домашнюю задачу (условие и решение) с использованием новой символики. Взаимопроверка по эталону на доске, работа в парах.

Учитель сообщает, что все значения, которые принимает аргумент, образует **область определения функции**. Устно анализируются условия домашних задач, и ученики приходят к выводу, что в первой задаче, время не может быть больше 37 часов, так как через 37 часов из цистерны выльется вся вода. Обсуждая вторую задачу, учащиеся оказываются в затруднении, чтобы определить допустимые значения независимой переменной нужно знать какой может быть максимальная температура воздуха и минимальная. Обсуждение этого вопроса можно отложить до следующего урока и это будет способствовать самостоятельной поисковой деятельности учащихся. В 3 задаче независимая переменная может принимать значения всех неотрицательных чисел, не превосходящие 24, так как в сутках 24 часа. В 4 задаче независимая переменная может принимать любые значения

Учитель сообщает ученикам, что все значения которые принимает зависимая переменная, образует **область значений функции**. Ученики анализируют домашние задачи и определяют область значений функции.

5. Проблемная ситуация. Мотивация к дальнейшему изучению нового знания. Цель: Повышение мотивации обучения, научить учащихся выдвигать

гипотезы, подтверждать и опровергать их. Воспитывать личность гражданина, через осознание значимости предъявленного материала.

Подробное описание деятельности учителя и учеников. Учитель сообщает ученикам о том, что мы рассмотрели различные математические модели, ввели понятие функции, характеризующей процессы в которых одна переменная величина меняет свое значение единственным образом в соответствии со значением другой переменной величины. Достаточно ли, этих примеров, чтобы сделать вывод о том, что все процессы, связанные с переменными величинами – функции? Можем ли мы это проверить, опровергнуть или подтвердить?

Мнения учащихся различны, некоторые считают, что «да», некоторые считают, что «нет», кто-то считает, что невозможно. Учитель предлагает сформулировать предположение. Самостоятельно или с помощью учителя выдвигается гипотеза: «Все процессы, которые характеризуются переменными величинами – функции. Далее идет поиск решений, которые или опровергнут, или подтвердят гипотезу.

Вопрос учителя: «Что будем проверять?» Ученики четко выделяют существенные признаки функциональных зависимостей. Учитель выписывает на доске ключевые характеристики: правило, независимая переменная, зависимая переменная, однозначность.

Работа в группах. Каждой группе предлагается решить две задачи и сделать вывод. Задания оформлены на листах [3], на группу выдается один лист.

Задача 1. В классе была проведена контрольная работа по математике. Каждому ученику поставили в соответствие оценку, которую он получил. Является ли это правило функцией? В таблице в первой строке обозначен порядковый номер ученика, во второй соответствующая оценка.

Порядковые номера учеников	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка	3	3	4	4	4	5	3	4	4	5

Задача 2. В классе была проведена контрольная работа по математике. Каждой оценке поставили в соответствие ученика, который ее получил. Является ли это правило функцией? В таблице в первой строке обозначены оценки, которые смог бы получить ученик, во второй – соответствующие порядковые номера учеников.

Оценка	1	2	3	4	5
Порядковые номера учеников			1; 2; 7	3; 4; 5; 8; 9	6; 10

Поясняет решение представитель группы, которая первой справилась с заданием. Ученики видят, что во второй задаче нарушена однозначность, поэтому описанное в них правило не является функцией, все приходят к выводу, что их предположение неверно.

Учитель сообщает ученикам: «Давайте рассмотрим простую житейскую ситуацию: вы идете в школу и опаздываете. Что вы будете делать и почему?». Ученики отвечают – ускорим шаг, побежим, проедем на транспорте, потому что быстрее двигаешься, меньше времени тратишь на дорогу. Некоторые из них замечают, что время **зависит** от скорости. Развивая далее диалог ученики делают вывод о том, что в этой ситуации мы тоже имеем дело с функцией и легко называют независимую переменную v , формулу $t = \frac{s}{v}$ по которой можно найти единственное значение зависимой переменной t .

Обобщение учителя: «В этом простом примере есть незаметный, но очень важный факт: зная закон зависимости величин (функцию), **вы знаете, что нужно делать сейчас, чтобы получить нужный результат потом.** При запуске ракеты, мы должны точно знать куда она полетит, при расчете экологических рисков, да и в любых других применениях, люди просто обязаны просчитывать результат. Причём, безошибочно! И это одна из тем для исследований, которые вы можете провести на различных примерах из окружающей вас действительности.

6. Подведение итогов. Рефлексия. Домашнее задание. Цель: диагностика личностных, предметных и метапредметных результатов деятельности учащихся на уроке, определение учениками границ своего знания и незнания, составление плана по дальнейшему изучению функции, создание ситуации успеха, мотивирующей ученика к включению в дальнейшую познавательную деятельность.

Подробное описание деятельности учителя и учеников Учитель обращает внимание учеников на вопросы, которые были обозначены на доске в начале урока. Ученикам раздаются оценочные листы [4] на которых в таблице четыре графы: вопрос учителя, мой вопрос, ответ, оценка знания и незнания. Операторы для оценки меры знания и незнания: «+» – да или это уже известно; «☺» – это интересно и неожиданно; «?» – узнать подробнее; «-» – нет или мне не все еще понятно.

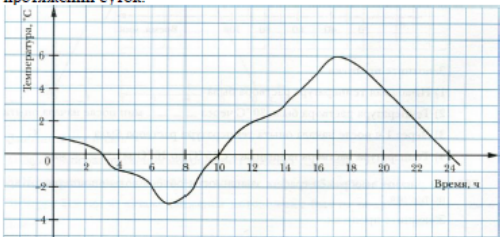
Учитель предлагает ученикам заполнить таблицу. Среди вопросов, которые сформулировал учитель, специально обозначены вопросы, которые не рассматривались на этом уроке, но будут изучаться далее, это поможет ученикам составить план

дальнейшего изучения функций. Когда таблица заполнена, ученики составляют план по дальнейшему изучению функций. Выясняется, что им необходимо изучить способы задания функции, определить линейную функцию и узнать какие процессы в реальном мире описываются линейной функцией.

Домашнее задание. Обязательная часть: Прочитать § 20 и устно ответить на вопросы на стр. 138. Выполнить № 759, 770 **Вариативная часть:** 1) Придумать задачу к формуле обозначенной в задаче 4 предыдущего домашнего задания. 2) Выбрать одну из предложенных тем исследовательской деятельности: История возникновения понятия функции. Леонард Эйлер и его вклад в развитие теории функций. Научные интересы и гениальные открытия Н. И. Лобачевского.

Сноски:

[1] Лист домашним заданием

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ	ПОЯСНЕНИЯ И УТОЧНЕНИЯ										
<p>Задача 1. В цистерне было 740 л воды. Каждый час из нее вытекает 20 л. Составьте формулу для вычисления объема воды, которая осталась в цистерне через t часов, обозначив объем оставшейся воды $V(t)$ (читается «в» от «т»). Вычислите этот объем, если $t=2$; $t=6$; $t=10$. В какой момент времени в цистерне не останется воды? Данные вычислений занесите в таблицу.</p> <p>РЕШЕНИЕ. $V(t) =$</p> <table border="1" data-bbox="277 1081 903 1153"> <tr> <td>t</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$V(t)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	t					$V(t)$					
t											
$V(t)$											
<p>Задача 2. В романе Жюль Верна «Дети капитана Гранта» читаем: «Погода стояла прекрасная, не слишком жаркая... Роберт узнал, что средняя годовая температура в провинции Виктория $+74^\circ$ по Фаренгейту». Сколько же это будет в привычных для нас градусах Цельсия? Формула для вычисления температуры в градусах Цельсия по температуре в градусах Фаренгейту выглядит так: $F = 32 + 1,8 \cdot t$. Используя формулу заполните таблицу.</p> <table border="1" data-bbox="277 1294 903 1366"> <tr> <td>$t^\circ \text{C}$</td> <td>25</td> <td>23</td> <td>10</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>F°</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>В пустых клетках таблицы придумайте свое значение $t^\circ \text{C}$ и найдите соответствующее ему значение F° по заданной формуле.</p>	$t^\circ \text{C}$	25	23	10	0	F°					
$t^\circ \text{C}$	25	23	10	0							
F°											
<p>Задача 3. На рисунке изображен график изменения температуры воздуха на протяжении суток.</p>  <p>Используя график определите какой температура воздуха была в 4 ч, в 10 ч, в 14 ч, в 22 ч. Оформите решение задачи в виде таблицы.</p> <table border="1" data-bbox="277 1771 903 1839"> <tr> <td>Время</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Температура</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Время					Температура					
Время											
Температура											
<p>Задача 4. Вычислите значение y по формуле $y = 2x - 13$, если $x = 5$; $x = -3$; $x=9$; $x=0$; $x=21$. Данные занесите в таблицу. В пустых клетках таблицы придумайте свое значение x и найдите соответствующее ему значение y по заданной формуле.</p> <table border="1" data-bbox="277 1937 903 2000"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$y = 2x - 13$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x					$y = 2x - 13$					
x											
$y = 2x - 13$											

[2] Опорные карточки на каждого ученика.

ОБОЗНАЧЕНИЕ:

Функциональная зависимость

$y=f(x)$ (читают: «игрек равен эф от икс»)

x – независимая переменная – **АРГУМЕНТ**

y – зависимая переменная – **ФУНКЦИЯ**

Пример (по условию домашней задачи 1):

Функциональная зависимость $V(t) = 740$

t – независимая переменная – **АРГУМЕНТ**

$V(t)$ – зависимая переменная – **ФУНКЦИЯ**

$$V(2) = 740 - 20 \cdot 2 = 700$$

$$V(6) = 740 - 20 \cdot 6 = 620$$

[3] Карточки с задачами оформленные на группу

Задача 1. В классе была проведена контрольная работа по математике. Каждому ученику поставили в соответствие оценку, которую он получил. Является ли это правило функцией? В таблице в первой строке обозначен порядковый номер ученика, во второй соответствующая оценка.

Порядковые номера учеников	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка	3	3	4	4	4	5	3	4	4	5

Задача 2. В классе была проведена контрольная работа по математике. Каждой оценке поставили в соответствие ученика, который ее получил. Является ли это правило функцией? В таблице в первой строке обозначены оценки, которые смог бы получить ученик, во второй – соответствующие порядковые номера учеников.

Оценка	1	2	3	4	5
Порядковые номера учеников			1; 2; 7	3; 4; 5; 8; 9	6; 10

[4] Оценочные листы на каждого ученика.

	ВОПРОС УЧИТЕЛЯ	МОЙ ВОПРОС	ОТВЕТ	ОЦЕНКА ЗНАНИЯ И НЕЗНАНИЯ
КТО?	Кто внес вклад в развитие теории функций?			
ЧТО?	Что такое функция?			
ЗАЧЕМ?	Зачем изучать функцию?			
КАК?	Как задается функция?			
ЧЕМ?	Чем нужно владеть, чтобы исследовать процессы в реальном мире?			
КАКИЕ?	Какие функции мы будем изучать на уроках математики?			
КОГДА?	Когда будут изучаются функции?			

Операторы для оценки меры знания и незнания: «+» – да или это уже известно; «☺» – это интересно и неожиданно; «?» – узнать подробнее; «-» – нет или мне не все еще понятно.

Литература:

Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вента-Граф, 2015.

Покровский В. П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия: учеб.-метод. пособие / В. П. Покровский; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014.

Метапредметный подход в обучении школьников: Методические рекомендации для педагогов общеобразовательных школ / Авт.-сост. С.В. Галян – Сургут: РИО СурГПУ, 2014.

Удот А.А. Открытый урок/ Математика в школе. – 2011. -№4.- с. 31-37

Смирнов С. Что такое функция. [Электронный ресурс]. - <http://helpmatan.ru/>